

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА**

На правах рукописи



Глазунов Павел Сергеевич

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
В ПЛОСКОСЛОИСТЫХ СРЕДАХ С НЕОДНОРОДНЫМИ
МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ПЛЁНКАМИ**

Специальность:

1.3.4. Радиоп физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва – 2024

Работа выполнена на кафедре общей физики физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Научный **Салецкий Александр Михайлович,**
руководитель: доктор физико-математических наук, профессор

Официальные **Козарь Анатолий Викторович,**
оппоненты: доктор физико-математических наук, доцент,
профессор кафедры фотоники и физики микроволн
физического факультета Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова

Кузелев Михаил Викторович,
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры физической электроники физического
факультета Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова

Бочкарев Сергей Геннадьевич,
кандидат физико-математических наук,
высококвалифицированный старший научный сотрудник
сектора лазерно-плазменной физики высоких энергий
отдела лазерной плазмы Физического института имени
П.Н. Лебедева Российской академии наук (ФИАН)

Защита состоится « 10 » октября 2024 года в 16:30 на заседании диссертационного совета МГУ.013.6 на физическом факультете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, стр. 2, северная физическая аудитория.

С диссертацией можно ознакомиться в отделе диссертаций Научной библиотеки Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (119192, г. Москва, Ломоносовский пр-т, д. 27) и в сети Интернет: <https://dissovet.msu.ru/dissertation/3063>

Автореферат разослан « ____ » июля 2024 года.

Учёный секретарь
диссертационного совета МГУ.013.6
доктор физико-математических наук, доцент
kosareva@physics.msu.ru



О.Г. Косарева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

Изучение свойств тонких металлических пленок (в частности, зависимостей их оптических коэффициентов и удельной проводимости от толщины слоя металла) представляет значительный интерес для ряда важных прикладных задач. Среди них выделяются три направления.

Во-первых, это задача поиска альтернатив оксиду индия-олова в технологии прозрачных электродов [1] в оптическом диапазоне длин волн. Во-вторых, задача конструирования широкополосного поглотителя терагерцового [2] и инфракрасного [3] излучения для детекторов болометров и интерферометров [4]. В-третьих, задача оптимизации формы нанометровых контактов при проектировании топологий интегральных микросхем [5] (для этого необходимо располагать зависимостью удельного сопротивления металла от толщины его слоя в мега- и гигагерцовом диапазонах длин волн [6]).

Вышеописанные технические задачи требуют высокой точности расчета оптических коэффициентов тонких металлических пленок. В современных работах, однако, используются весьма примитивные модели: тонкая пленка заменяется либо однородным проводящим слоем конечной толщины, либо бесконечно тонким слоем, обладающим поверхностным сопротивлением. Между тем, в нанометровых слоях в полной мере проявляются размерные эффекты, вследствие которых проводимость металла σ становится локальной характеристикой. Теории электронного транспорта предсказывают, что значение σ на поверхностях пленки может быть в два раза меньше, чем в ее толще. Учет зависимости σ от пространственных координат необходим как в оптическом и инфракрасном диапазонах (поскольку в таком случае толщина скин-слоя металла может составлять десятки и даже единицы нанометров, что сопоставимо с толщиной пленки), так и в терагерцовом и гигагерцовом диапазонах (для выполнения прецизионных расчетов).

Традиционно используемые приближенные подходы, такие как метод Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (метод ВКБ), уравнения геометрической оптики и метод характеристической матрицы, плохо применимы для описания тонких металлических пленок, начиная с инфракрасного диапазона длин волн. Метод характеристической

матрицы применим только для тонких (в масштабе длины волны) неоднородных слоев, а метод ВКБ и приближение геометрической оптики, напротив – для материальных сред с достаточно плавной зависимостью волнового числа от пространственных координат. Тонкие металлические пленки находятся на границе применимости этих приближений, поскольку толщина пленки (начиная с инфракрасного диапазона) сравнима с длиной волны в металле, а проводимость пленки значительно изменяется по ее толщине. По этой причине разработка нового приближенного метода, приспособленного именно для неоднородных металлических слоев, представляется актуальной. Настоящая диссертация посвящена разработке подобного приближенного подхода.

Цель диссертационной работы

Цель диссертационной работы – разработка нового подхода к расчету оптических коэффициентов неоднородных плоскостойких сред, высокоэффективного для случая тонких металлических пленок.

Задачи диссертационной работы

1. Разработать итеративный способ расчета матрицы рассеяния для описания произвольных неоднородных плоскостойких сред.
2. Создать методику оценки погрешностей оптических коэффициентов N -й итерации предлагаемого приближенного подхода для отдельно отстоящих пленок, а также для многослойных тонкопленочных структур.
3. Предложить метод измерения проводимости тонкой пленки по оптическим коэффициентам системы «диэлектрическая подложка с напыленной пленкой».
4. Изучить нелинейные эффекты, применимые на практике, которые возникают в оптических системах, содержащих структуры на основе тонких металлических пленок.

Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются специфические оптические свойства нанометровых слоев металла, появляющиеся вследствие размерных эффектов проводимости. В качестве предмета исследования

были выбраны ультратонкие металлические пленки меди и платины, напыленные на кварцевые подложки методами термического испарения и магнетронного распыления.

Методология исследования

Предлагаемый способ расчета матрицы рассеяния основан на широко известном в математике методе Пикара.

При изучении нелинейных эффектов был использован метод Хохлова, который является одним из общепризнанных подходов, используемых при изучении нелинейных волновых процессов. Численная схема, используемая для получения решения системы уравнений, описывающих распространение видеоимпульса в нелинейной среде, была основана на дивергентном подходе и принципе наименьшего значения производной Годунова.

Научная новизна работы

1. Впервые предложен итеративный метод расчета матрицы рассеяния плоскостойких сред, который позволяет находить погрешности расчета оптических коэффициентов для N -ой итерации как для отдельно отстоящих пленок, так и для тонкопленочных многослойных структур.

2. Предложен новый бесконтактный метод измерения проводимости тонкой металлической пленки, напыленной на диэлектрическую подложку.

3. Выявлен эффект антибликовости тонких металлических пленок.

4. Предложена конструкция 50%-ого сверхширокополосного поглотителя на основе диэлектрической подложки с двумя напыленными пленками.

5. Открыт новый нелинейный эффект – рост пиковой мощности электромагнитного видеоимпульса при его распространении в слабопоглощающих средах с температурной зависимостью диэлектрической проницаемости.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость состоит в разработке приближенного итерационного метода решения задачи о распространении волн в

неоднородных средах для случаев, в которых не применимы традиционно используемые приближенные подходы. Немаловажно, что предлагаемый подход позволяет оценивать погрешности расчета оптических коэффициентов для N -ой итерации.

Практическая значимость заключается в том, что был предложен новый метод бесконтактного измерения проводимости тонких металлических пленок, напыленных на диэлектрическую подложку. Благодаря бесконтактности ликвидируются сторонние факторы, способные исказить результаты измерений. Например, для измерения проводимости методом Ван-дер-Пау необходимо напыление дополнительных контактов на поверхность пленки. Это приводит к нагреву пленки, что может изменить кристаллитную структуру металла.

Впервые была предложена модель распространения электромагнитных видеоимпульсов в слабопроводящих средах с температурной зависимостью диэлектрической проницаемости. Данная модель важна для моделирования нелинейных длинных линий, которые используются как составные части конструкций высоковольтных генераторов наносекундных видеоимпульсов.

Полученные результаты могут представлять практический интерес для научно-исследовательских организаций, занимающихся напылением тонкопленочных структур, в частности МИИТ, МИРЭА, МФТИ, МИЭТ, ИФТТ РАН, ИФП РАН, ИОФАН, ФИАН и др.

Положения, выносимые на защиту

1. Разработанный приближенный метод расчета оптических коэффициентов неоднородных нанометровых металлических пленок высокоэффективен и позволяет оценить погрешности расчета оптических коэффициентов N -ого приближения. В области частот до 100 ГГц нулевое приближение приводит к погрешностям расчета оптических коэффициентов не превышающим 1% для отдельно отстоящей медной пленки толщиной 10 нм.

2. В нулевом приближении матрица рассеяния тонкой пленки не зависит от частоты (без учета общего фазового множителя), а все оптические свойства тонкой пленки определяются одним параметром – импедансом пленки $Z_f = (h\langle\sigma\rangle)^{-1}$, где h – толщина пленки, а $\langle\sigma\rangle$ – средняя (по толщине) удельная проводимость металла пленки.

3. Зависимость коэффициента отражения R от толщины слоя металла h , напыленного на диэлектрическую подложку, имеет минимум, наиболее выраженный в случае, когда электромагнитная волна падает со стороны подложки. Представленные аналитические формулы позволяют по коэффициенту R рассчитать среднюю по толщине проводимость пленки на диэлектрической подложке.

4. При распространении электромагнитного видеоимпульса в слабопроводящих средах с температурной зависимостью диэлектрической проницаемости наблюдается нелинейный рост его пиковой мощности. Результаты моделирования предсказывают, что максимально возможное увеличение пиковой мощности составляет 240%. Для микроволновой керамики на основе SrTiO_3 для наблюдения данного нелинейного эффекта необходима пиковая мощность начального импульса 0.48 ТВт.

Степень достоверности результатов

Полученные теоретические результаты могут быть легко верифицированы, поскольку в диссертации приведены подробные выводы формул. Корректность итерационного подхода, предлагаемого в диссертации, проверена при помощи сопоставления аналитических формул и результатов численного решения волнового уравнения. Показано, что с ростом числа итераций аналитическое решение сходится к численному.

При решении нелинейной задачи были использованы хорошо зарекомендовавшие себя методы, которые используются при моделировании ударных волн. Численное решение, полученное при помощи метода конечных разностей, было проверено при помощи решения, полученного методом характеристик, в области параметров задачи, где метод характеристик был применим.

Апробация результатов

Предлагаемый бесконтактный метод расчета проводимости тонких пленок был применен в лаборатории №201 Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН для измерения проводимости нанометровых пленок меди и платины на частотах 8.5-12.5 ГГц в волноводе. В проведенных экспериментах был обнаружен

предсказанный теорией эффект антибликовости – наличие минимума в зависимости коэффициента отражения от толщины пленки, напыленной на диэлектрическую подложку. Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 18-29-02094 и № 20-07-00903).

Результаты диссертации были представлены на международных и всероссийских конференциях: «Волны-2019», «Ломоносов-2019», «Волны-2020», «Ломоносов-2020». Также результаты диссертации докладывались и обсуждались на научных семинарах, проводимых в Институте радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 13 печатных работах, в том числе в 7 статьях в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих «Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова» и 6 публикациях в сборниках тезисов конференций. Список работ автора приведен в конце автореферата перед списком литературы.

Личный вклад автора

Теоретические результаты, приведенные в диссертации, получены лично автором. Экспериментальные результаты и их обработка получены совместно с соавторами работ, опубликованных по теме диссертации. Вклад автора в диссертационную работу является определяющим.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы. Общий объем работы составляет 259 страниц, включая 43 рисунка, 3 таблицы, 289 библиографических ссылок и 12 приложений.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** рассматриваются актуальность и разработанность темы исследования. Обосновывается целесообразность разработки нового приближенного подхода. Ставятся задачи и цели диссертационной работы. Определяются объект и предмет исследования. Излагается методология исследования. Отмечается, в чем состоит новизна, научная и практическая значимость работы. Выдвигаются положения, выносимые на защиту. Приводится краткое содержание диссертации.

Первая глава диссертации обзорная.

В §1.1 рассматриваются характерные особенности нанометровых металлических пленок. Толстый слой металла является почти идеальным зеркалом с коэффициентом отражения (по интенсивности излучения) $R \approx 1$ и коэффициентами прохождения $T \ll 1$ и поглощения $Q = 1 - R - T \ll 1$. Однако при уменьшении толщины металлического слоя h он постепенно начинает терять зеркальные свойства. Для оценки характерного значения h , при котором это происходит, вводится толщина h_{pk} , соответствующая равенству $T=R$. По порядку величины h_{pk} составляет $0.01\delta \dots 0.001\delta$, где δ – толщина скин-слоя металла пленки. Например, в §1.1 показано, что если считать удельную проводимость пленки постоянной величиной, то для платины $h_{pk} = 0.53$ нм, что для 10 ГГц составляет примерно $\delta/3000$. При $h=h_{pk}$ наблюдается максимум коэффициента Q , в котором $Q=1/2$, а $R=T=1/4$. При этом $h_{pk} = 2/(\langle\sigma\rangle Z_0)$, где $\langle\sigma\rangle$ – средняя (по толщине) удельная проводимость металла пленки, а Z_0 – волновое сопротивление вакуума. Поскольку проводимость металлов почти не зависит от частоты вплоть до видимого диапазона длин волн, то и h_{pk} не зависит от частоты, а определяется только значением $\langle\sigma\rangle$. По аналогичной причине при условии $h \ll \delta$ коэффициенты R , T , Q отдельно отстоящей тонкой пленки также не зависят от частоты.

В §1.2-1.5 проводится обзор технических приложений, в которых используются нанометровые металлические пленки.

Пленки с $h < h_{pk}$, обладая проводимостью, хорошо пропускают электромагнитное излучение, поэтому они используются в качестве прозрачных электродов [1]. В настоящее время около 70% прозрачных

электродов выполняется на основе оксида индия-олова (ИТО). Однако ИТО обладает рядом существенных недостатков [7-8]. В списке альтернатив ИТО тонкие металлические пленки занимают не последнее место [9].

Металлические пленки с $h \approx h_{pk}$ обладают большим коэффициентом поглощения, поэтому используются в качестве детектора-поглотителя в болометрических [10] и термоакустических [11] датчиках. Пленки толщиной h_{pk} являются ключевым элементом конструкции когерентных поглотителей [12]. На их основе разрабатываются кольцевые интерферометры нового поколения, способные с гораздо большей (чем у классических интерферометров) разрешающей способностью находить неоднородности спектра микроволнового реликтового излучения [4].

В микроэлектронике требуется оптимизация формы токопроводящих дорожек толщиной $h \sim h_{pk}$ и способа их напыления для уменьшения паразитной RC-задержки [5]. Обычно подобные исследования проводятся сначала на более простых структурах – тонких пленках, напыленных на подложки из кремния или кварца [6].

В §1.6 проводится обзор теорий проводимости тонких металлических пленок. Внешний, внутренний и квантовый размерные эффекты приводят к тому, что удельная проводимость металла пленки σ_{film} всегда меньше табличного значения удельной проводимости металла пленки σ_{bulk} . Кроме того, σ_{film} является локальной характеристикой, зависящей от h и пространственных координат.

Внешний размерный эффект заключается в том, что при уменьшении толщины пленки возрастает доля электронов, которые рассеиваются не на внутренних дефектах кристаллической решетки, а на неоднородностях поверхностей металла пленки. Это приводит к уменьшению средней длины свободного пробега электрона в пленке [13]. Внутренний размерный эффект наблюдается только в поликристаллических пленках и связан с рассеянием электронов на межкристаллитных границах [14]. Как следует из работ [13-14], $\sigma_{film} = \sigma_{film}(z, h)$, где ось Oz перпендикулярна поверхности пленки. Следовательно, из-за размерных эффектов пленка представляет собой среду с изменяющимся вдоль оси Oz волновым числом. В современных работах последнее обстоятельство не учитывается: используется либо

модель однородного проводящего слоя конечной толщины, либо модель бесконечно тонкого импедансного слоя. Становится очевидной необходимость разработки нового подхода, позволяющего проводить более точные расчеты оптических коэффициентов неоднородных металлических слоев. Итоги главы формулированы в §1.7.

Вторая глава посвящена разработке вышеупомянутого итерационного метода.

В §2.1 проводится постановка задачи рассеяния. Рассмотрим три среды (см. рис. 1). Пусть среды 1 и 3 однородны и обладают волновыми числами k_1 и k_3 , а среда 2 неоднородна, занимает интервал $z \in [0, h]$ и обладает $k_2 = k_2(z)$. Будем изучать случай нормального падения. Тогда в средах 1 и 3 комплексная амплитуда вектора напряженности электрического поля $E(z)$ может быть представлена в виде:

$$E_i(z) = A_i^+ \exp(jk_i z) + A_i^- \exp(-jk_i z), \quad i = 1, 3. \quad (1)$$

Здесь A_i^+ – амплитуды плоских волн, бегущих по направлению оси Oz , A_i^- – против направления оси Oz в i -ой среде. Необходимо найти матричные элементы S_{nm} матрицы рассеяния, которая связывает амплитуды A_i^\pm в первой и третьей средах

$$\begin{pmatrix} A_3^+ \\ A_3^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{pmatrix}. \quad (2)$$

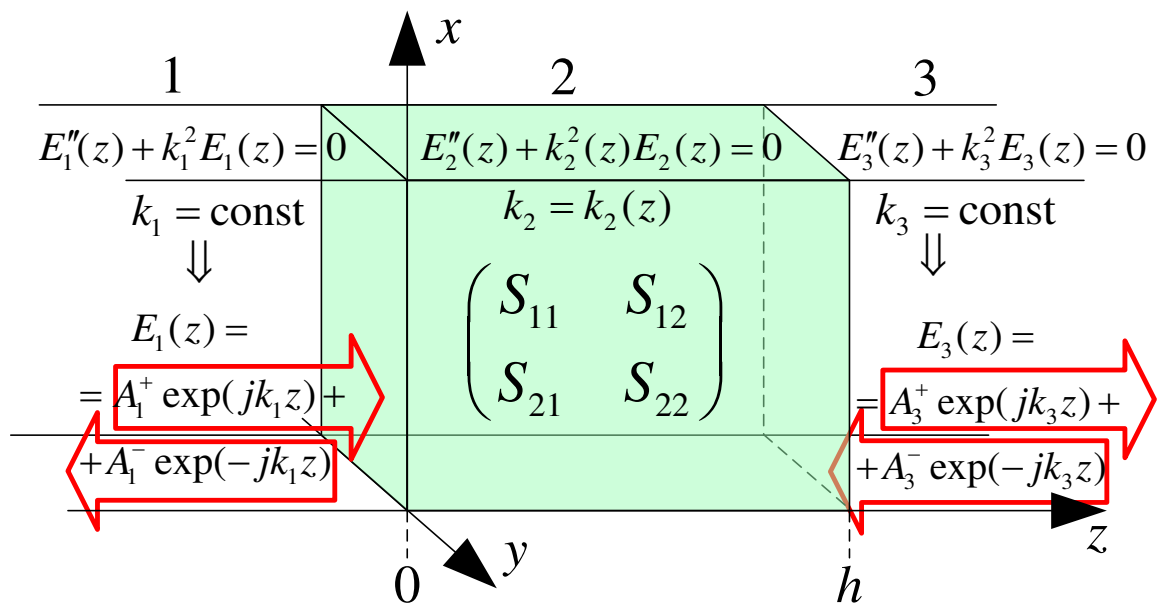


Рис. 1 Схема, поясняющая постановку задачи.

В §2.2 поставленная задача решается при помощи метода Пикара. Доказывается, что N -ое приближение матрицы рассеяния $S_{nm}^{[N]}$ тонкой металлической пленки можно представить в виде суммы

$$S_{nm}^{[N]} = 0.5 \exp\{(-1)^n jk_3 h\} \sum_{\alpha=1}^{N+1} B_{nm}^{[\alpha]}, \quad (3)$$

где $B_{nm}^{[\alpha]} \sim \omega^{\alpha-1}$, здесь ω – циклическая частота. Таким образом, сумма (3) представляет собой разложение матрицы рассеяния в ряд по степеням ω . В §2.2 показано, что $B_{nm}^{[\alpha]}$ выражаются через α -кратные интегралы от $k_2(z)$ и $zk_2(z)$.

Если вместо S_{nm} в (2) подставить N -ое приближение $S_{nm}^{[N]}$, равенство (2) будет выполняться неточно. Это удобно записать в виде

$$\begin{pmatrix} A_3^+ \\ A_3^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^{[N]} & S_{12}^{[N]} \\ S_{21}^{[N]} & S_{22}^{[N]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta A^+ \\ \delta A^- \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где δA^\pm – некоторые погрешности. В §2.2 выведено неравенство для $|\delta A^\pm|$:

$$|\delta A^\pm| \leq 0.5A \left(\left(1 + \frac{p_1}{p_3}\right) \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{p_2^{2n}}{(2n)!} + p_1 \sum_{n=N}^{\infty} \frac{p_2^{2n}}{(2n+1)!} + \frac{p_2}{p_3} \sum_{n=N+2}^{\infty} \frac{p_2^{2n-1}}{(2n-1)!} \right). \quad (5)$$

Здесь $p_{1,2,3}$ – безразмерные параметры, определяемые равенствами

$$p_1 = h|k_1|, \quad p_2 = h \max_{z \in [0, h]} |k_2(z)|, \quad p_3 = h|k_3|, \quad (6)$$

A – некоторая константа, такая что $A \geq |A_1^+| + |A_1^-|$. По своей сути $p_{1,2,3}$ представляют собой отношение толщины пленки h (среды 2) к характерному масштабу длины, на котором изменяется поле $E(z)$ в i -ой среде: $p_2 \approx h/\delta$, где δ – глубина скин-слоя в металле пленки, а $p_{1,3} \approx h/\lambda_{1,3}$, где $\lambda_{1,3}$ – длина волны в среде 1 и 3. Для металлических нанометровых пленок в СВЧ диапазоне $p_{1,3} \ll p_2 \ll 1$, следовательно, относительная погрешность $|\delta A^\pm|/A \ll 1$. Поэтому для СВЧ диапазона в ряде (3) достаточно учитывать только первое слагаемое. Отметим, при $N \rightarrow \infty$ погрешность $|\delta A^\pm|$ в (5) стремится к нулю при любых конечных $p_{1,2,3}$. Это означает, что ряд (3) при $N \rightarrow \infty$ сходится при любых $p_{1,2,3}$. В §2.1 показано, что вплоть до частоты 100 ГГц матрица рассеяния нулевого приближения $S_{nm}^{[0]}$ отдельно отстоящей медной пленки толщиной 10 нм приводит к погрешностям расчета коэффициентов R , T , Q , не превышающим 1%. Для уменьшения погрешностей необходимо использовать итерации более высокого порядка.

В §2.3 проводится обобщение формулы (3) для произвольной системы отсчета. В §2.4 показано, что в случае тонких металлических пленок при $N=0$ выражение (3) приобретает вид

$$S_{mm}^{[0]} = 0.5 \left\{ n_3 + (-1)^n \eta + (-1)^{n+m} n_1 \right\} / n_3, \quad \eta = Z_0 h \langle \sigma \rangle, \quad \langle \sigma \rangle = \frac{1}{h} \int_0^h \sigma(z) dz, \quad (7)$$

где $\langle \sigma \rangle$ – усредненная по толщине h удельная проводимость пленки, а n_i – показатель преломления i -ой среды. Как видно из формулы (7), $S_{mm}^{[0]}$ зависит только от одного коэффициента η . Следовательно, в нулевом приближении все оптические свойства тонкой металлической пленки полностью определяются данным коэффициентом. Далее мы будем называть коэффициент η показателем преломления пленки. Его можно интерпретировать как отношение импеданса вакуума Z_0 к импедансу пленки $\eta = Z_0/Z_f$, $Z_f = 1/(h\langle\sigma\rangle)$. В §2.5 подводятся итоги главы.

Третья глава посвящена общему способу описания многослойных оптических структур, состоящих из произвольного числа однородных диэлектрических слоев с напыленными на них неоднородными металлическими пленками (см. рис. 2).

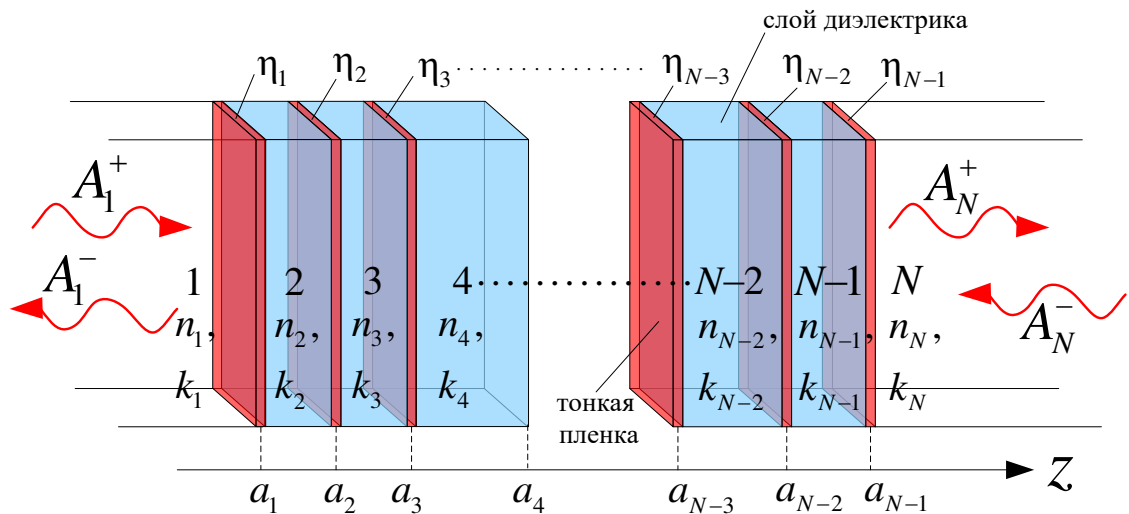


Рис. 2 Структура, состоящая из $(N-2)$ -х однородных слоев диэлектрика, на которых напылены тонкие неоднородные пленки с различными коэффициентами преломления η_i .

В §3.1 показывается, что если $\hat{S}_{(l)}$ – матрица рассеяния l -ой тонкой пленки, то тогда матрица рассеяния всей структуры, изображенной на рис. 2, равна последовательному произведению матриц $\hat{S}_{(l)}$. Проводится

обобщение формул для расчета погрешностей амплитуд электромагнитного поля в подобных структурах.

В §3.2 обсуждаются преимущества предлагаемого подхода. Во-первых, все оптические характеристики неоднородной среды в нулевом приближении определяются одним параметром η . Это существенно упрощает проектирование оптических систем, типа системы изображенной на рис. 2. Во-вторых, как показывается в §3.3, металлическую пленку, нанесенную на тонкую диэлектрическую пленку, можно в совокупности рассматривать как один слой с некоторым эффективным значением η . Данное обобщение важно с практической точки зрения, поскольку отдельно отстоящие металлические нанометровые пленки сложны в изготовлении. Напыление металла на тонкие диэлектрические пленки часто является компромиссным решением этой проблемы.

В §3.4 рассматривается система типа «диэлектрическая подложка с пленками, напыленными на нее с двух сторон», см. рис. 3 (амплитуда A_1^+ считается заданной, а A_1^- и A_3^+ необходимо найти). Получены формулы для коэффициентов отражения r и прохождения t (по амплитуде электромагнитного поля) для такой системы:

$$t = \frac{A_3^+ e^{jk_3 H}}{A_1^+} = \frac{4n_1 n_2}{e^{jk_2 H} (n_3^+ - n_2)(n_2^- - n_1) + e^{-jk_2 H} (n_3^+ + n_2)(n_2^+ + n_1)}, \quad n_2^\pm = n_2 \pm \eta_1, \quad (8)$$

$$r = \frac{A_1^-}{A_1^+} = -\frac{e^{+jk_2 H} (n_3^+ - n_2)(n_2^- + n_1) + e^{-jk_2 H} (n_3^+ + n_2)(n_2^- - n_1)}{e^{+jk_2 H} (n_3^+ - n_2)(n_2^- - n_1) + e^{-jk_2 H} (n_3^+ + n_2)(n_2^+ + n_1)}, \quad n_3^\pm = n_3 \pm \eta_2. \quad (9)$$

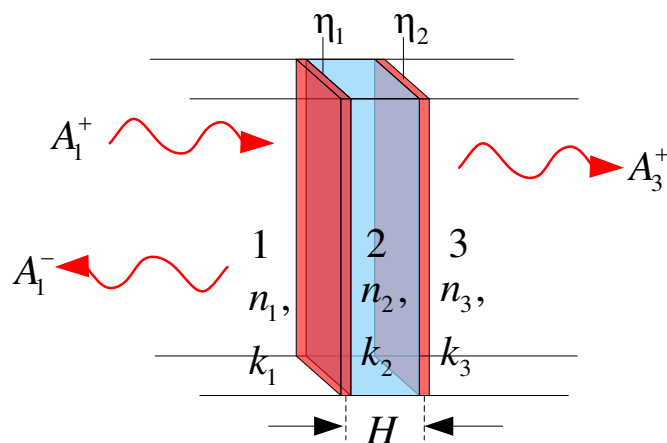


Рис. 3 Диэлектрическая подложка с двумя металлическими пленками.

Анализ формул (8)-(9) позволяет заключить, что в случае, когда напылена только вторая пленка ($\eta_1=0, \eta_2 \neq 0$), на графике зависимости R от толщины h этой пленки наблюдается четко выраженный минимум (см. кривую $R(sf)$ на рис. 4). Формулы (8)-(9) позволяют найти значения R и η_2 , соответствующие данному минимуму. Следовательно, напылением на диэлектрическую пластину металлической пленки определенной толщины возможно добиться эффекта антибликовости. Этот эффект детально рассмотрен в §3.5. Также формула (9) позволяет явно выразить $\sigma(h)$ через $R(h)$. Это открывает возможности для реализации бесконтактного метода измерения проводимости пленки, что рассмотрено в §3.6.

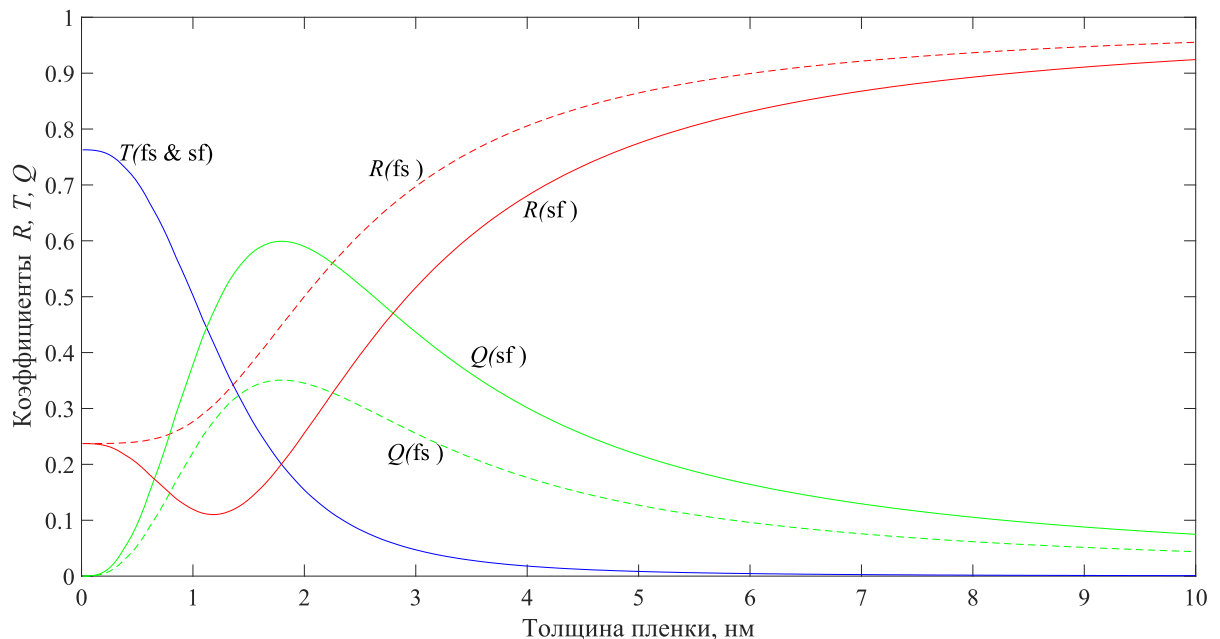


Рис. 4 Зависимости коэффициентов R, T, Q от толщины пленки меди на частоте 10 ГГц при использовании модели проводимости Фукса. Толщина подложки $H = 2$ мм, а ее показатель преломления $n_2=2$. Символами «fs» обозначается случай $\eta_2=0$, а символами «sf» – случай $\eta_1=0$.

На основе структуры, изображенной на рис. 3, возможна реализация сверхширокополосного 50%-ого поглотителя с $R=T=1/4$ и $Q=1/2$ (это описано в §3.7), а также реализация узкополосного 100%-ого поглотителя (это описано в §3.8). §3.9 посвящен обобщению изложенной во второй и третьей главах теории для случая распространения электромагнитных волн в прямоугольном волноводе. В §3.10 подводятся итоги главы.

Четвертая глава посвящена экспериментальной части исследования.

В §4.1 описываются методы измерения. Оптические коэффициенты измерялись векторным анализатором цепей ZVA-24 на частотах 8.5-12.5 ГГц в прямоугольном волноводе с поперечным сечением 23×10 мм. В волновод вставлялась кварцевая подложка с напыленной металлической пленкой, перекрывающая его сечение. Использовались подложки из кварцевого стекла оптического класса КУ-1 с показателем преломления 1.9 и толщинами 2, 4, 6 и 8 мм. Калибровка векторного анализатора цепей проводилась по методу *tought-reflection-match* по семикомпонентной модели ошибок. Напыление металла чистотой 99.999% проводилось в вакуумной камере со значением вакуума 10^{-3} Па методами магнетронного распыления и термического испарения.

В §4.2 приводятся формулы для оптических коэффициентов r и t , полученные для модели, в которой металлическая пленка моделируется однородным слоем конечной толщины. Демонстрируется, что выражения (8)-(9) существенно упрощают расчеты.

В §4.3 приводятся экспериментальные и теоретические графики зависимостей проводимости и оптических коэффициентов пленок от их толщины. На рис.5 приведены подобные экспериментальные зависимости коэффициентов R , T , Q , измеренные на частоте 10 ГГц (символы), а также теоретические зависимости, построенные по модели проводимости Фукса (кривые) для меди (a) и платины (b). Оба графика соответствуют толщине подложки 2 мм и случаю «fs», в котором $\eta_1 \neq 0$, $\eta_2 = 0$ (см. рис.3). На качественном уровне теоретические и экспериментальные зависимости соответствуют друг другу. Однако рост измеренных значений коэффициента R в диапазоне 10–30 нм происходит медленнее, чем это следует из модели Фукса. На рис. 6a-b изображены графики зависимостей средней удельной проводимости металла медных (a) и платиновых (b) пленок от их толщины h . Экспериментальные точки на рис. 6 были получены при помощи нового бесконтактного способа измерения. Сплошные кривые соответствуют модели Фукса. Для пленок платины толщиной более 10 нм наблюдается уменьшение удельной проводимости с ростом h , что находится в

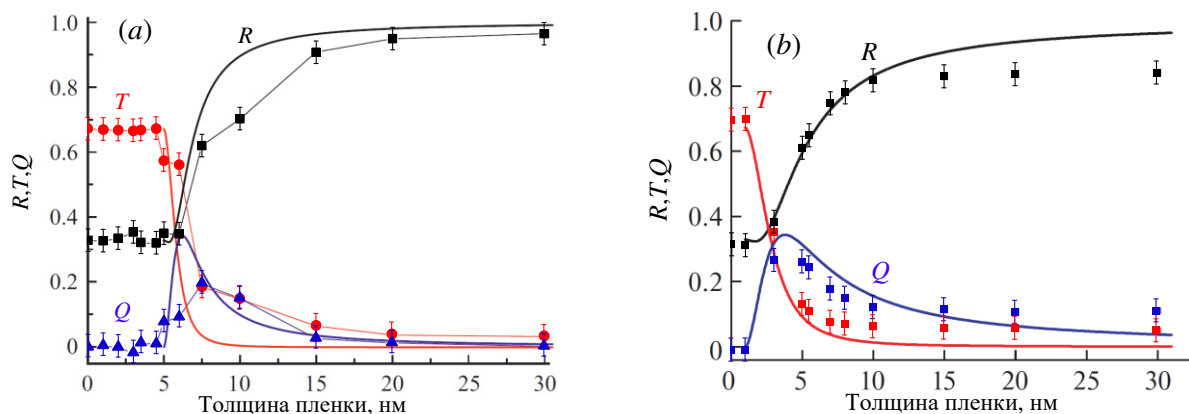


Рис. 5 Оптические коэффициенты R , T , Q пленки меди (a) и платины (b) измеренные в волноводе на частоте 10 ГГц (символы) и рассчитанные согласно модели проводимости Фукса (кривые).

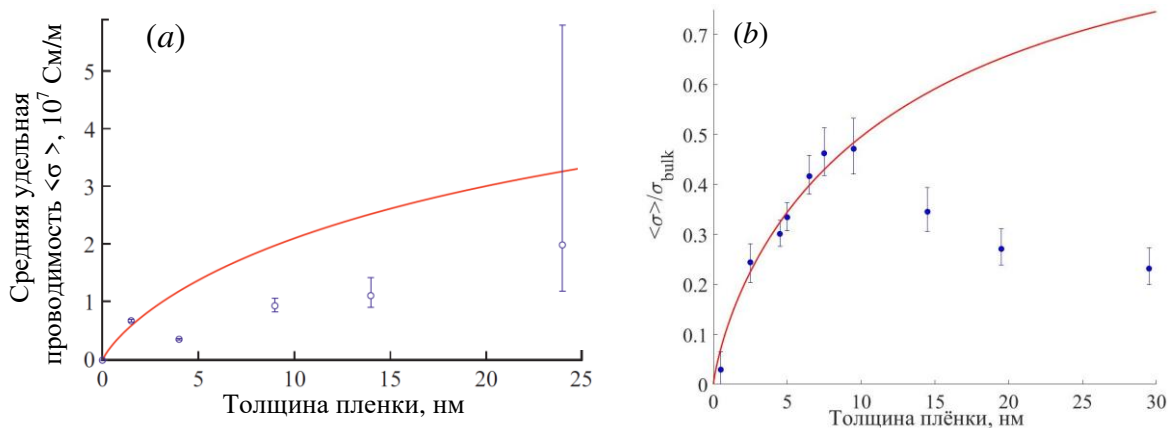


Рис. 6 Зависимости удельной проводимости пленки меди (a) и платины (b) от ее толщины, полученные при помощи бесконтактного способа измерения (символы) и проводимость, построенная по модели Фукса (кривые).

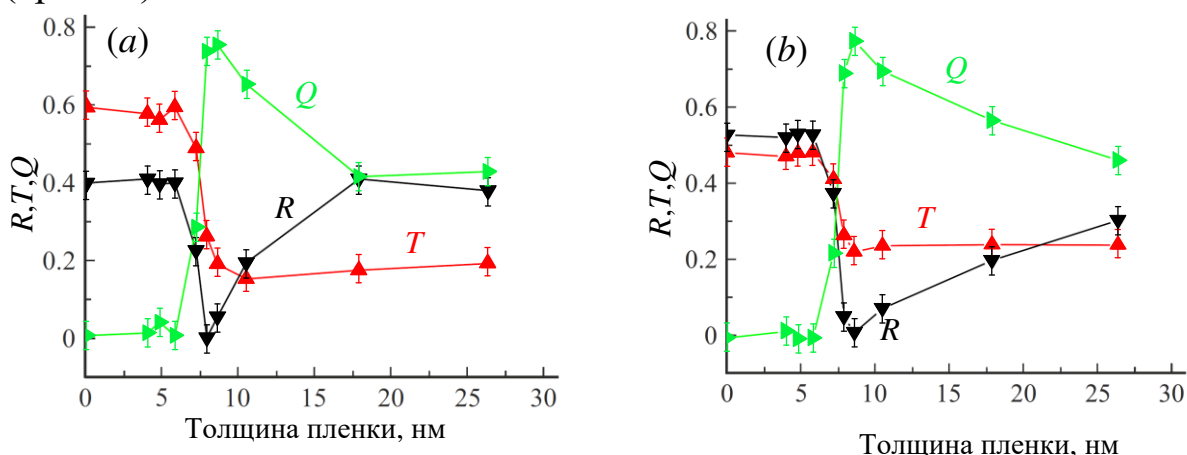


Рис. 7 Экспериментальные зависимости коэффициентов R , T , Q от толщины пленок меди для «sf»-ориентации подложки. (a) – частота 11.5 ГГц и подложка толщиной 4 мм, (b) – частота 8.5 ГГц и подложка толщиной 6 мм.

противоречии с моделью Фукса. Вероятно, что рост пленок платины толщиной более 10 нм сопровождается образованием столбчатых кристаллитов, между которыми возникают промежутки, что не учитывается в модели Фукса. Это приводит к уменьшению средней удельной проводимости. В конце §4.3 приведены экспериментальные графики (см. рис. 7), на которых наблюдается эффект антибликовости тонких металлических пленок, который предсказывает теория. В §4.4 подводятся итоги главы.

Пятая глава посвящена разработке модели распространения высокоинтенсивных наносекундных видеоимпульсов в плоскостной слабопроводящей материальной среде с температурной зависимостью диэлектрической восприимчивости. Увеличение температуры, происходящее в такой среде при прохождении импульса, вызывает изменение ее поляризуемости, что приводит к нелинейному искажению формы импульса. Контролируемое изменение формы импульсов является желаемым для многих приложений. Однако в современных моделях не рассматриваются случаи, в которых термодинамическое состояние нелинейной среды изменяется [15]. Поэтому разработка подобной модели представляется актуальной.

В §5.1 на основе первого начала термодинамики проводится вывод уравнения, описывающего изменение температуры среды T . Рассматриваются слабопроводящие среды (для которых глубина скин-слоя δ много больше, чем длина волны λ), обладающие удельной проводимостью $\sigma = \text{const}$ и относительной диэлектрической восприимчивостью $\chi = \chi(T)$. Считается, что χ и σ не зависят от частоты излучения. Такие среды могут быть созданы на основе периодически расположенных слоев микроволновой керамики (для которой χ слабо зависит от частоты), на которые напылены идентичные металлические пленки с $h \ll h_{\text{pk}}$. Поскольку оптические коэффициенты таких пленок не зависят от частоты, поглощение электромагнитной энергии не будет сопровождаться появлением дисперсии $\sigma(\omega)$. Если период чередования диэлектрических слоев $\Lambda \ll \lambda$, такая система может быть рассмотрена как эффективная среда с проводимостью $\sigma = (Z_f \Lambda)^{-1}$.

В §5.2 делается ряд некоторых упрощающих предположений. Во-первых, исследуется случай плоских волн: $\mathbf{E} = E(z, t)\mathbf{e}_x$, $\mathbf{H} = H(z, t)\mathbf{e}_y$. Здесь \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y – орты, направленные вдоль координатных осей, а \mathbf{E} , \mathbf{H} – векторы

напряженности электрического и магнитного поля. Во-вторых, считается, что в момент времени $t = 0$ начальный импульс распространяется вдоль оси Oz с постоянной фазовой скоростью $v_0 = \{\mu_0 \varepsilon_0 (1 + \chi(T_0))\}^{-1/2}$: $E(z, t) = E_0 f(z/L - t/\Delta t)$. Здесь μ_0 и ε_0 – магнитная и электрическая постоянные; T_0 – начальная температура среды; E_0 – амплитуда начального импульса; L – длина импульса в среде, $\Delta t = L/v_0$ – характерная продолжительность импульса; f – функция, задающая форму профиля начального импульса, которая берется в виде

$$f(\xi) = \begin{cases} \{1 + \cos(2\pi\xi)\} / 2, & |\xi| < 1/2, \\ 0, & |\xi| \geq 1/2. \end{cases} \quad (10)$$

В-третьих, зависимость $\chi(T)$ считается линейной:

$$\chi(T) = \chi_0 \{1 + \gamma(T - T_0)\}. \quad (11)$$

В-четвертых, полагается, что процесс распространения тепла происходит крайне медленно в масштабе времени распространения импульса.

В §5.2 также показано, что при помощи метода Хохлова уравнения Максвелла с учетом первого начала термодинамики сводятся к виду

$$\partial_\xi W + \{1 + \beta(\theta - \theta_0)/2 - \alpha\beta W\theta\} \partial_\tau W = -\beta W (1 + 2\alpha W)/\alpha, \quad (12)$$

$$\partial_\tau \theta = 2W - \alpha\theta \partial_\tau W, \quad W(\xi, 0) = f^2(\xi)/2, \quad \theta(\xi, 0) = \theta_0. \quad (13)$$

Здесь символами ∂_ξ и ∂_τ обозначается частная производная по соответствующей переменной. В уравнения (12)-(13) входят лишь безразмерные величины: время – $\tau = t/\Delta t$; координата – $\xi = z/L$; плотность энергии электрического поля – $W(\xi, \tau) = 0.5(E/E_0)^2$; температура – $\theta(\xi, \tau) = T/\Delta T$; начальная температура $\theta_0 = T_0/\Delta T$. Здесь $\Delta T = (E_0)^2 \sigma \Delta t / (c\rho)$ – характерное увеличение температуры среды после прохождения импульса, где c – удельная (на единицу массы) теплоемкость, κ – коэффициент теплопроводности, ρ – плотность материальной среды, которые считаются постоянными величинами. Также введены два безразмерных коэффициента

$$\alpha = \gamma \varepsilon_0 \chi_0 (E_0)^2 / (c\rho), \quad \beta = \sigma \Delta t (E_0)^2 \gamma \chi_0 / (c\rho (1 + \chi_0)). \quad (14)$$

Немаловажно, что для системы (12)-(13) справедлив закон сохранения энергии

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \{W[1 + \beta(\theta - \theta_0)/2] + \beta W\theta/2 + \beta(\theta - \theta_0)/(2\alpha)\} d\xi = \text{const}. \quad (15)$$

В §5.3 показано, что при $\alpha < -1$ возникает нелинейный эффект роста пиковой мощности импульса. Из (14) следует, что $\alpha \sim (E_0)^2$. Поэтому при фиксированных параметрах материальной среды условие $\alpha < -1$ выполняется, когда амплитуда начального видеоимпульса E_0 превышает пороговое значение $E_0^* = (c\rho)^{1/2}/(|\gamma|\epsilon_0\chi_0)^{1/2}$. Далее в §5.3 приведены оценки E_0^* , напряжения U_0^* и пиковой мощности P_0^* , которые необходимы для возникновения этого нелинейного эффекта в длинных линиях. Оценки, приведенные для микроволновой керамики на основе SrTiO₃, дают значения $E_0^* = 13.4$ МВ/см, $P_0^* = 0.48$ ТВт, $U_0^* = 1.43$ МВ. Отметим, что для SrTiO₃ пробивная напряженность поля $E_{BD} = 305$ МВ/см для импульсов продолжительностью 45 нс [16]. Из обзора высоковольтных генераторов следует, что приведенные выше значения E_0^* , P_0^* и U_0^* могут быть достигнуты на современных установках.

В §5.4 получено аналитическое решение системы (12)-(13) в приближении постоянной фазовой скорости. В этом приближении при $\alpha < -1$ наблюдается эффект взрывной неустойчивости решения: существует точка ξ^* , в которой $W(\xi^*, \tau) \rightarrow \infty$ при $\tau \rightarrow \text{const}$.

В §5.5 используется приближение $\theta_0 \gg 1$, в котором уже учитывается зависимость фазовой скорости от W и θ , а систему (12)-(13) возможно решить методом характеристик. В таком приближении в некоторый момент времени τ^* происходит опрокидывание фронта волны. При $\tau > \tau^*$ решение $W(\xi, \tau)$ становится неоднозначным. Использование закона сохранения (15) позволяет выделить однозначное решение. Неоднозначность убирается путем построения фронта ударной волны. При этом фронт ударной волны «отсекает» ту часть многозначного решения, где наблюдается эффект взрывной неустойчивости. Таким образом, образование ударной волны предотвращает бесконечный рост пиковой мощности. В §5.5 показано, что при $\theta_0 \gg 1$ ударная волна формируется быстро и поэтому невозможно получить значительного увеличения пиковой мощности.

Для рассмотрения случая $\theta_0 < 1$ в §5.6 была разработана численная схема, позволяющая решать систему (12)-(13) методом конечных разностей. Численная схема консервативна и основана на принципе наименьшего значения производной Годунова [17], что позволяет корректным образом моделировать фронт ударной волны.

В §5.7-5.8 приведены результаты моделирования. На рис. 8 построены графики временной зависимости отношений амплитуды (кривые 1-4), площади (кривая 5) и полуширины импульса (кривая 6) к их первоначальным значениям для $\alpha=-2$, $\beta = -0.1$, $\theta_0= 0.025$. Для

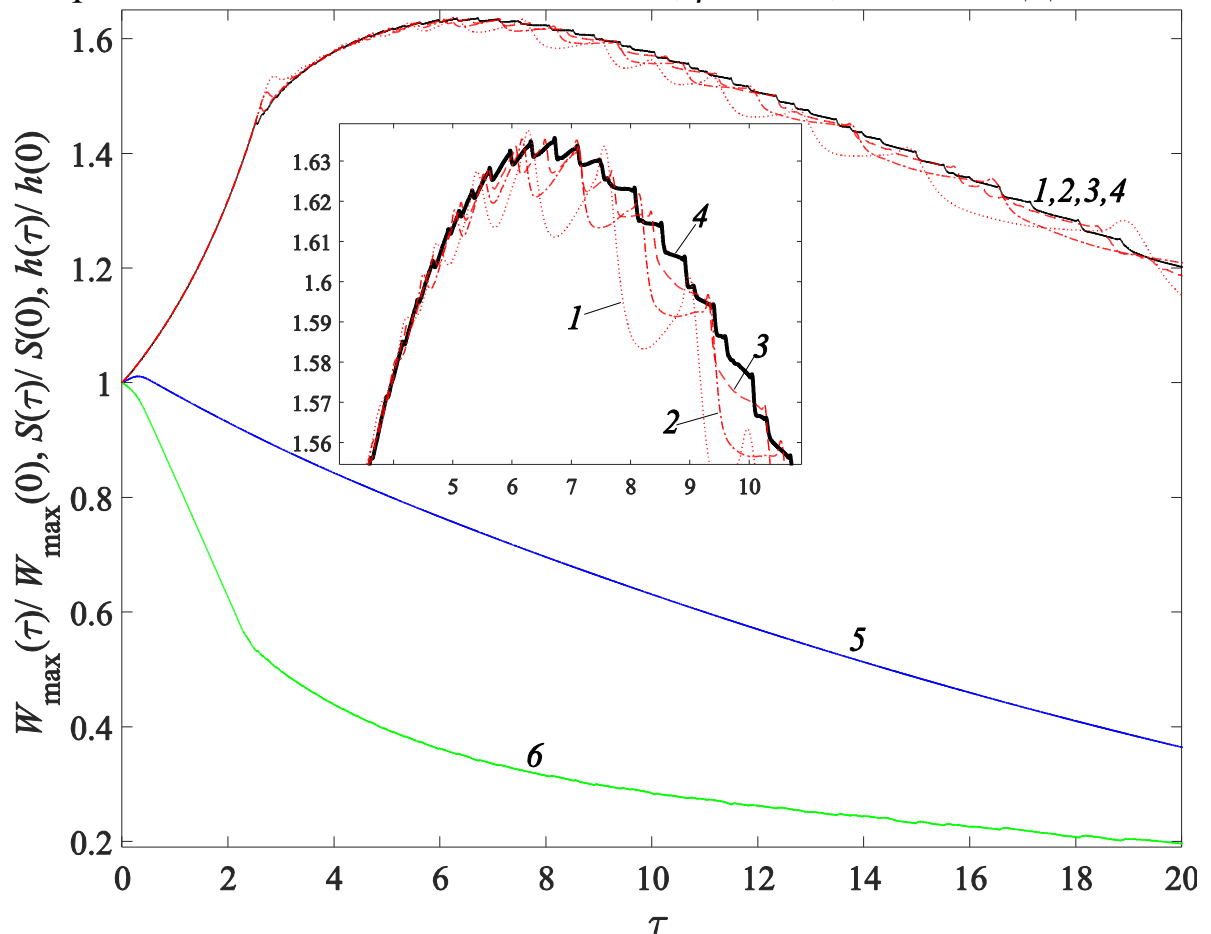


Рис. 8 Временная зависимость отношений амплитуды (кривые 1-4), площади (кривая 5) и полуширины импульса (кривая 6) к их начальным значениям при $\tau = 0$ для $\alpha=-2$, $\beta = -0.1$, $\theta_0 = 0.025$.

построения кривых 1, 2, 3, 4 использовались шаги дискретизации $\Delta\xi = 10^{-3}$, $10^{-3}/2$, $10^{-3}/4$ и $10^{-3}/8$ соответственно. Шаг Δt всегда был равен $\Delta\xi/4$. Из увеличительной выноски на рис. 8 видно, что при уменьшении $\Delta\xi$ кривые 1, 2, 3, 4 сходятся к некоторому пределу. Примерно к моменту времени $\tau = 6$ пиковая мощность достигает максимального значения и увеличивается на 63%. Кривые 5-6 рассчитаны для $\Delta\xi= 10^{-3}/8$. Площадь под графиком W (кривая 5), пропорциональная энергии импульса, уменьшается с течением времени, что соответствует тепловой диссипации энергии в среде. Полуширина импульса (кривая 6) также уменьшается с течением времени.

Путем варьирования значений параметров α , β и θ_0 было обнаружено, что максимальное увеличение пиковой мощности составляет примерно 240% и достигается вблизи значений $\alpha=-2$, $\beta=-0.5$, $\theta_0=0$. Такие параметры не реализуемы с практической точки зрения, так как при $\theta_0 \rightarrow 0$, начальная температура среды $T_0 \rightarrow 0$. Таким образом, значение 240% является оценкой сверху. В §5.9 подводятся итоги главы.

Заключение

1. Был разработан приближенный метод расчета матрицы рассеяния произвольной плоскострой среды, который можно использовать в случаях, когда метод ВКБ, приближение геометрической оптики и метод характеристической матрицы оказываются неприменимы.
2. Получены формулы для погрешностей расчета оптических коэффициентов, позволяющие оценить применимость N -ого приближения предлагаемого подхода для конкретного металла, его толщины и значений частоты. Так для медных пленок толщиной 10 нм при $N = 0$ в области частот до 100 ГГц погрешность расчета оптических коэффициентов составляет менее 1 %.
3. На основе предлагаемого приближенного подхода был проведен анализ оптических систем, в состав которых входят тонкие металлические пленки. В результате были теоретически и экспериментально обнаружены антибликовые свойства ультратонких металлических пленок, разработан бесконтактный способ измерения проводимости тонких пленок, проанализированы конструкции сверхширокополосного 50%-ого и узкополосного 100%-ого поглотителя.
4. Предложена консервативная модель распространения видеоимпульсов в материальных средах с температурной зависимостью диэлектрической проницаемости. Показано, что при распространении импульса происходят два конкурирующих нелинейных эффекта: рост пиковой мощности импульса и формирование ударной электромагнитной волны. Модель предсказывает, что максимально возможное увеличение пиковой мощности составляет 240%.

Список публикаций автора по теме диссертации

Публикации в рецензируемых научных журналах, удовлетворяющих Положению о присуждении учёных степеней в МГУ имени М.В. Ломоносова

[A1] Глазунов П.С., Вдовин В.А., Слепков А.И. *Импеданс длинноволновой вибраторной антенны, находящейся в проводящей среде* // Журнал радиоэлектроники. – 2019. – № 2. **IF = 0,461** ([РИНЦ](#)). DOI: [10.30898/1684-1719.2019.2.1](https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.2.1). Общий объём статьи = 2,38 п.л., личный вклад = 2,12 п.л.

[A2] Вдовин В.А., Андреев В.Г., Глазунов П.С., Хорин И.А., Пинаев Ю.В. *Оптические коэффициенты пленок меди нанометровой толщины в диапазоне 9–11 ГГц* // Оптика и спектроскопия. – 2019. – Т. 127. – № 5. – С. 834-840.

Переводная версия статьи:

Vdovin V.A., Andreev V.G., **Glazunov P.S.**, Khorin I.A., Pinaev Y.V. *Optical coefficients of nanoscale copper films in the range of 9–11 GHz* // Optics and Spectroscopy. – 2019. – Vol. 127. – No. 5. – P. 907-913. **JIF = 0,6; JCI = 0,29** ([WoS](#)). Общий объём статьи = 0,75 п.л., личный вклад = 0,38 п.л.

[A3] Глазунов П.С., Вдовин В.А., Андреев В.Г. *Приближенные граничные условия для задачи нахождения оптических коэффициентов ультратонких металлических пленок в СВЧ и ТГц диапазонах* // Оптика и спектроскопия. – 2020. – Т. 128. – № 9. – С. 1327-1336.

Переводная версия статьи

Glazunov P.S., Vdovin V.A., Andreev V.G. *Approximate boundary conditions for the problem of calculating optical coefficients of ultrathin metallic films in the microwave and terahertz ranges* // Optics and Spectroscopy. – 2020. – Vol. 128. – No. 9. – P. 1439-1448. **JIF = 0,6; JCI = 0,29** ([WoS](#)). Общий объём статьи = 1,25 п.л., личный вклад = 1,06 п.л.

[A4] Андреев В.Г., Вдовин В.А., Глазунов П.С., Васильев А.Б., Пинаев Ю.В., Хорин И.А., Черепенин В.А. *Измерение проводимости ультратонких пленок платины в СВЧ диапазоне* // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. – 2020. – Т. 495. – № 6. – С. 78-83.

Переводная версия статьи:

Andreev V.G., Vdovin V.A., **Glazunov P.S.**, Vasil'ev A.B., Pinaev Yu.V., Khorin I.A. Cherepenin V.A. *Measuring the microwave conductivity of platinum ultrathin films* // Doklady Physics. – 2020. – Vol. 65. – No. 12. – P. 447-451. **JIF = 0,8; JCI = 0,18 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,56 п.л., личный вклад = 0,29 п.л.

- [A5] Андреев В.Г., Вдовин В.А., **Глазунов П.С.**, Пятайкин И.И., Пинаев Ю.В. *Влияние толщины диэлектрической подложки на поглощающие и просветляющие свойства ультратонких пленок меди* // Оптика и спектроскопия. – 2022. – Т. 130. – № 9. – С. 1410-1416.

Переводная версия статьи

Andreev V.G., Vdovin V.A., **Glazunov P.S.**, Pyataikin I.I., Pinaev Y.V. *Effect of thickness of the dielectric substrate on absorbing and antireflective properties of ultrathin copper films* // Optics and Spectroscopy. – 2022. – Vol. 130 – No. 9. – P. 1134-1140. **JIF = 0,6; JCI = 0,29 (WoS)**. Общий объём статьи = 0,53 п.л., личный вклад = 0,32 п.л.

- [A6] **Глазунов П.С.**, Вдовин В.А., Салецкий А.М. *Распространение мощных нано- и субнаносекундных видеоимпульсов в среде с меняющимися термодинамическими характеристиками* // Радиотехника и электроника. – 2023. – Т. 68. – № 8. – С. 817-826.

Переводная версия статьи

Glazunov P.S., Vdovin V.A., Saletskii A.M. *Propagation of powerful nano-and subnanosecond video pulses in a medium with various thermodynamic characteristics* // Journal of Communications Technology and Electronics. – 2023. – Vol. 68. – No. 8. – P. 910-919. **JIF = 0,5; JCI = 0,13 (WoS)**. Общий объём статьи = 1,87 п.л., личный вклад = 1,68 п.л.

- [A7] **Глазунов П.С.**, Салецкий А.М., Вдовин В.А. *Формирование фронта ударной волны при распространении наносекундных видеоимпульсов в слабопроводящих средах с температурной зависимостью диэлектрической проницаемости* // Журнал радиоэлектроники. – 2023. – № 10. **IF = 0,461 (РИНЦ)**. DOI: [10.30898/1684-1719.2023.10.2](https://doi.org/10.30898/1684-1719.2023.10.2). Общий объём статьи = 1,56 п.л., личный вклад = 1,39 п.л.

Тезисы докладов на конференциях:

- [A8] Глазунов П.С. *Приближенные граничные условия для описания неоднородных тонких металлических пленок в микроволновом диапазоне длин волн. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов-2020». Секция «Физика» (Москва, Россия, 10-27 ноября 2020)*
- [A9] Глазунов П.С., Воробьева Е.А., Вдовин В.А., Слепков А.И. *Исследование воздействия импульсных электромагнитных помех на устойчивость работы электронных автоколебательных систем. XVII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова (Москва, Россия, 23-28 августа 2020)*
- [A10] Глазунов П.С., Андреев В.Г., Вдовин В.А. *Перспективы использования ультратонких металлических пленок в задачах микроволновой электроники и оптики ТГц диапазона XVII Всероссийская школа-семинар «Волновые явления в неоднородных средах» имени А.П. Сухорукова (Москва, Россия, 23-28 августа 2020)*
- [A11] Глазунов П.С., Слепков А.И., Вдовин В.А. *Нелинейные эффекты при распространении мощных наносекундных видеоимпульсов в слабопроводящих средах (Устный). XVII Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» имени профессора А.П. Сухорукова (Красновидово, Московская область, Россия, 26-31 мая 2019)*
- [A12] Глазунов П.С., Слепков А.И., Вдовин В.А., Воробьева Е.А. *Теоретическое исследование воздействия микроволновых импульсов на работу генераторов тактовой частоты. XVII Всероссийская школа-семинар «Физика и применение микроволн» имени профессора А.П. Сухорукова (Красновидово, Московская область, Россия, 26-31 мая 2019)*
- [A13] Глазунов П.С. *Нелинейные эффекты при распространении мощных наносекундных СВЧ импульсов в слабопроводящих средах. XXVI Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых "Ломоносов-2019", МГУ имени М.В.Ломоносова (Москва, Россия, 8-12 апреля 2019)*

Список цитируемых источников

- [1] Morales Masis M. et al. // *Advanced Electronic Materials*. – 2017. – Т. 3. – №. 5. – С. 1600529. DOI: [10.1002/aelm.201600529](https://doi.org/10.1002/aelm.201600529)
- [2] Paddubskaya A. et al. // *Materials*. – 2019. – Т. 12. – №. 1. – С. 143. DOI: [10.3390/ma12010143](https://doi.org/10.3390/ma12010143)
- [3] Yu L. et al. // *Micromachines*. – 2020. – Т. 11. – №. 9. – С. 800. DOI: [10.3390/mi11090800](https://doi.org/10.3390/mi11090800)
- [4] Kaplan A. E. // *JOSA B*. – 2018. – Т. 35. – №. 6. – С. 1328-1340. DOI: [10.1364/josab.35.001328](https://doi.org/10.1364/josab.35.001328)
- [5] Денисенко В. В. *Компактные модели МОП-транзисторов для SPICE в микро- и наноэлектронике*. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 408 с.
- [6] Croes K. et al. // 2018 IEEE International Electron Devices Meeting (IEDM). – IEEE, 2018. – С. 531-534. DOI: [10.1109/IEDM.2018.8614695](https://doi.org/10.1109/IEDM.2018.8614695)
- [7] Gonçalves G. et al. // *Thin solid films*. – 2007. – Т. 515. – №. 24. – С. 8562-8566. DOI: [10.1016/j.tsf.2007.03.126](https://doi.org/10.1016/j.tsf.2007.03.126)
- [8] Zhang W. et al. // *Journal of Materials Chemistry A*. – 2019. – Т. 7. – №. 38. – С. 22021-22028. DOI: [10.1039/C9TA07493G](https://doi.org/10.1039/C9TA07493G)
- [9] Wang T. et al. // *Crystals*. – 2021. – Т. 11. – №. 5. – С. 511. DOI: [10.3390/cryst11050511](https://doi.org/10.3390/cryst11050511)
- [10] Dem'yanenko M. A., Marchishin I. V., Startsev V. V. // *OSA Continuum*. – 2019. – Т. 2. – №. 6. – С. 2085-2097. DOI: [10.1364/OSAC.2.002085](https://doi.org/10.1364/OSAC.2.002085)
- [11] Andreev V.G., Kalynov Yu.K., Vdovin V.A. // *IEEE Sensor Journal*. – 2014. – Т. 14. – №. 2. – С. 578-583. DOI: [10.1109/JSEN.2013.2286101](https://doi.org/10.1109/JSEN.2013.2286101)
- [12] Yan C. et al. // *Optics & Laser Technology*. – 2018. – Т. 101. – С. 499-506. DOI: [10.1016/j.optlastec.2017.12.004](https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2017.12.004)
- [13] Fuchs K. // *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. – Cambridge University Press, 1938. – Т. 34. – №. 1. – С. 100-108. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0305004100019952>
- [14] Mayadas A. F., Shatzkes M., Janak J. F. // *Applied Physics Letters*. – 1969. – Т. 14. – №. 11. – С. 345-347. DOI: [10.1063/1.1652680](https://doi.org/10.1063/1.1652680)
- [15] Месяц Г. А. *Импульсная энергетика и электроника*. – М.: Наука, 2004. – 704 с.
- [16] Jue W., Ping Y., Bin L. // 2007 16th IEEE International Pulsed Power Conference. – IEEE, 2008. – Т. 1. – С. 514-518. DOI: [10.1109/PPPS.2007.4345694](https://doi.org/10.1109/PPPS.2007.4345694)
- [17] Godunov S. K., Bohachevsky I. // *Matematičeskij sbornik*. – 1959. – Т. 47. – №. 3. – С. 271-306. URL: <https://hal.science/hal-01620642>