

Воронежский государственный университет
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Математический институт им. В. А. Стеклова РАН
Научно-образовательный математический центр
Северо-Осетинского государственного
университета им. К. Л. Хетагурова
АО «Концерн «Созвездие»

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ. ПОНТРЯГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ — XXXV

Материалы Международной
Воронежской весенней математической школы

(26–30 апреля 2024 г.)

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2024

УДК 517.53(97;98)
ББК 22.16
С56

Конференция поддержана Московским центром фундаментальной и прикладной математики, НОМЦ СОГУ и Воронежским госуниверситетом

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ:

А. В. Ильин (председатель), А. В. Боровских, И. С. Ломов, А. П. Хромов (заместители председателя), И. В. Астахова, В. И. Борисов, А. В. Глушко, А. Н. Голубинский, В. Г. Задорожный, В. Г. Звягин, М. И. Каменский, В. А. Костин, Г. А. Курина, Л. Н. Ляхов, С. Н. Медведев, А. Б. Муравник, Е. М. Семенов, С. М. Ситник, А. П. Солдатов, С. А. Шабров, А. С. Шамаев, А. С. Бондарев (ученый секретарь)

ОРГКОМИТЕТ:

И. А. Соколов (председатель), М. Ш. Бурулцкая, Д. В. Костин, И. С. Ломов, А. П. Хромов (заместители председателя), И. В. Астахова, А. В. Боровских, Я. М. Ерусалимский, Р. Ч. Кулаев, М. С. Никольский, И. В. Колесникова (технический секретарь)

Современные методы теории краевых задач. Понтрягинские чтения — XXXV : материалы Международной Воронежской весенней математической школы (26–30 апреля 2024 г.) / Воронежский государственный университет ; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова ; Математический институт им. В. А. Стеклова РАН ; НОМЦ СОГУ им. К. Л. Хетагурова ; АО «Концерн «Созвездие». — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2024. — 434 с.

ISBN 978-5-9273-4021-7

В сборнике представлены материалы докладов и лекций, включенных в программу Воронежской весенней математической школы, проводимой Воронежским госуниверситетом совместно с Московским государственным университетом им. М. В. Ломоносова, Математическим институтом им. В. А. Стеклова РАН, НОМЦ СОГУ им. К. Л. Хетагурова и АО «Концерн «Созвездие». Тематика охватывает широкий спектр проблем качественной и спектральной теории краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, теории операторов, оптимального управления, теории игр, математического моделирования, технологий искусственного интеллекта, а также проблем преподавания математики.

УДК 517.53(97;98)
ББК 22.16

ISBN 978-5-9273-4021-7

- © Воронежский государственный университет, 2024
- © Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, 2024
- © Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, 2024
- © НОМЦ СОГУ им. К. Л. Хетагурова, 2024
- © АО «Концерн «Созвездие», 2024
- © Оформление. Издательский дом ВГУ, 2024

Организаторы



Воронежский государственный
университет



Московский государственный
университет
им. М. В. Ломоносова



Математический институт
им. В. А. Стеклова
Российской академии наук



Московский центр
фундаментальной и прикладной
математики (математический
центр МГУ)



Научно-образовательный
математический центр
Северо-Осетинского
Государственного Университета
им. К. Л. Хетагурова



АО «Концерн «Созвездие»

Конференция проводится при финансовой поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики (математический центр МГУ), Научно-образовательного математического центра СОГУ и ВГУ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕОРИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА И ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

А.И. Козко, Л.М. Лужина, А.Ю. Попов,

В.Г. Чирский (Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова)
prozerpi@yahoo.co.uk, lluzhina@gmail.com, vgchirskii@yandex.ru

В модели Рамсея-Касса-Купманса (см. [1] – [7]) определяющую роль играет система двух дифференциальных уравнений, которой удовлетворяют функции $K(t)$ — капитал в момент времени t и $C(t)$ — потребление в момент времени t :

$$\begin{cases} \dot{K}(t) = aK^\alpha(t) - C(t) - x_1K(t), \\ \dot{C}(t) = \theta^{-1}\alpha aK^{\alpha-1}(t)C(t) - x_2C(t). \end{cases} \quad (1)$$

В систему входит набор констант $(a, \alpha, \theta, x_1, x_2)$, характеризующих рассматриваемую экономическую структуру.

В [1] мы обнаружили, что система дифференциальных уравнений (1) допускает решение в квадратурах, если константы x_1, x_2, α связаны соотношением $\alpha x_1 = x_2$. Там же мы решили в квадратурах задачу Коши для более общих систем, нежели (1) с соотношением $\alpha x_1 = x_2$, а именно

$$\begin{cases} \dot{K} = f(K) - bC - x_3K, \\ \dot{C} = \alpha\theta^{-1} \left(\frac{f(K)}{K} \right) C - x_2C, \end{cases} \quad \text{где } x_3 = \frac{x_2}{\alpha}, \quad b > 0, \quad (2)$$

$$K(0) = K_0, \quad C(0) = C_0. \quad (3)$$

Мы там же предложили в случае $\xi = \alpha x_1 - x_2 > 0$ заменить систему уравнений (1) системой уравнений (2), отличающейся от (1) множителем $b = 1 + \frac{\xi K_0}{\alpha C_0}$ перед C в правой части первого уравнения, а также заменой x_1 на $\frac{x_2}{\alpha}$ в том же уравнении. Мы указали участки монотонности функций (u, v) — решения задачи Коши (1), (3). Нашли формулы для (u, v) . И получили следующую теорему.

Теорема 1. Пусть (u, v) — решение задачи Коши (1), (3) и (x, y) — решение задачи Коши (2), (3). Тогда справедливо

$$\left| \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right| \leq M_2 \cdot \left(\frac{t^2}{2} + \frac{2}{M_1^2} \left(e^{M_1 t} - 1 - M_1 t - \frac{(M_1 t)^2}{2} \right) \right).$$

Кроме того, нами выписан явный вид M_1 , M_2 , которые зависят от K_0 , C_0 , α , ξ .

Литература

1. Козко А.И. Метод приближённого решения системы дифференциальных уравнений из модели Рамсея — Касса — Купманса, основанный на решении в квадратурах одного подкласса сходных систем / А.И. Козко, Л.М. Лузина, А.Ю. Попов, В.Г. Чирский // Чебышевский сборник. — 2022. — Т. 23, № 4. — С. 115–125.
2. Козко А.И. Оптимальная экспонента в задаче Рамсея-Касса-Купманса с логарифмической функцией полезности / А.И. Козко, Л.М. Лузина, А.Ю. Попов, В.Г. Чирский // Чебышевский сборник. — 2019. — Т. 20, № 4. — С. 197–207.
3. Козко А.И. О задаче Рамсея-Касса-Купманса для потребительского выбора / А.И. Козко, Л.М. Лузина, А.Ю. Попов, В.Г. Чирский // Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. — 2020. — Т. 182. — С. 39–44.
4. Козко А.И. Модель задачи Рамсея-Касса-Купманса / А.И. Козко, Л.М. Лузина, А.Ю. Попов, В.Г. Чирский // Классическая и современная геометрия. Материалы международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения В. Т. Базылева. Под ред. А. В. Царева. М. : Изд-во: Моск. пед. гос. ун-та. — 2019. — С. 87–88.
5. Козко А.И. Оценка необходимого начального экономического ресурса в задаче Рамсея-Касса-Купманса / А.И. Козко, Л.М. Лузина, А.Ю. Попов, В.Г. Чирский // Чебышевский сборник. — 2019. — Т. 20, № 4. — С. 188–196.
6. Козко А.И. Функция потребления в модели экономического роста Рамсея-Касса-Купманса в случае стационарности функции сбережения / А.И. Козко, Л.М. Лузина, А.Ю. Попов, В.Г. Чирский // Чебышевский сборник. — 2022. — Т. 23, № 1. — С. 118–129.
7. Барро Р.Дж. Экономический рост / Р.Дж. Барро, Х. Сала-и-Мартин. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. — 824 с.

Н а у ч н о е и з д а н и е

**СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ
ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ.
ПОНТРЯГИНСКИЕ
ЧТЕНИЯ — XXXV**

**Материалы Международной
Воронежской весенней математической школы**

(26–30 апреля 2024 г.)

Издано в авторской редакции

Верстка и подготовка оригинал-макета

Д. Э. Кондаурова

Подписано в печать 05.07.2024. Формат 60×84/16.

Усл. п. л. 25,3. Тираж 25 экз. Заказ 294

Издательский дом ВГУ

394018 Воронеж, пл. Ленина, 10

Отпечатано с готового оригинал-макета

в типографии Издательского дома ВГУ

394018 Воронеж, ул. Пушкинская, 3