

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

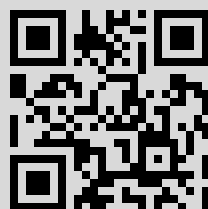
М. О. Корпусов, Разрушение решений нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений теории волн, *ТМФ*, 2013, том 174, номер 3, 355–363

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 93.180.53.241

27 сентября 2014 г., 13:26:29



© 2013 г.

М. О. Корпусов*

РАЗРУШЕНИЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ВОЛН

Рассмотрено явление разрушения решений системы уравнений, описывающих волны на поверхности воды, а также уравнения акустических волн в вязких средах. При этом использован метод пробных функций, развитый в работах Галактионова, Похожаева и Митидиери.

Ключевые слова: разрушение за конечное время, уравнения мелкой воды.

DOI: 10.4213/tmf8327

1. ВВЕДЕНИЕ

Широко известно, насколько важную роль в приложениях играет уравнение Кортевега–де Фриза (КдФ)

$$u_t + uu_x + u_{xxx} = 0.$$

Совсем недавно для начально-краевых задач для уравнения КдФ в работах Похожаева [1]–[4] были впервые получены достаточные условия разрушения их решений за конечное время. В этих работах были рассмотрены как классические, так и слабые решения соответствующих задач. При этом использовался оригинальный метод нелинейной емкости, развитый в работе [5].

В настоящей работе мы продолжаем исследование вопросов о разрушении за конечное время решений начальных и начально-краевых задач для модельных систем уравнений и уравнений, описывающих реально наблюдаемые волновые процессы. Система уравнений (см., например, [6], [7])

$$\eta_t + u_x + \frac{1}{2}(\eta u)_x + \frac{1}{6}u_{xxx} = 0, \quad (1.1)$$

$$u_t + \eta_x + \frac{1}{2}\eta\eta_x + \frac{3}{2}uu_x + \frac{1}{2}\eta_{xxx} = 0, \quad (1.2)$$

известная как система КдФ–КдФ, описывает волны в горизонтальном канале, заполненном идеальной жидкостью. Здесь $\eta(x, t)$ – возвышение воды над горизонталью,

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия.
E-mail: korpusov@gmail.com

а величина $u(x, t)$ – это горизонтальная скорость. В работе [6] рассмотрена также система уравнений КдФ–ББМ–КдФ–ББМ¹⁾

$$\eta_t + u_x + \frac{1}{2}(\eta u)_x + a u_{xxx} - d \eta_{txx} = 0, \quad (1.3)$$

$$u_t + \eta_x + \frac{1}{4}(\eta^2)_x + \frac{3}{4}(u^2)_x + c \eta_{xxx} - b u_{txx} = 0, \quad (1.4)$$

где постоянные a, b, c, d задаются некоторыми явными выражениями, $b, d \geq 0$, оставшиеся постоянные могут быть как положительными, так и отрицательными. Кроме того, отметим работы [8], [9], в которых исследуются указанные системы уравнений.

В настоящей работе мы также рассматриваем одномерное (1 + 1-мерное) уравнение Кузнецова [10], описывающее нелинейные акустические волны в вязких средах (см. также [11]):

$$u_{tt} - u_{xx} + u_{xxx} = ((u_x)^2)_t. \quad (1.5)$$

Для исследования указанных нелинейных уравнений и систем уравнений мы воспользуемся методом пробных функций [12].

2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ КДФ–КДФ

2.1. Задача на интервале $x \in (0, L)$. Рассмотрим следующую начально-краевую задачу в классической постановке:

$$u_t + v_x - \frac{1}{2}vv_x - \frac{3}{2}uu_x + \frac{1}{2}v_{xxx} = 0, \quad x \in (0, L), \quad t > 0, \quad (2.1)$$

$$v_t + u_x - \frac{1}{2}(vu)_x + \frac{1}{6}u_{xxx} = 0, \quad x \in (0, L), \quad t > 0, \quad (2.2)$$

$$u|_{x=0} = v|_{x=0} = Lu_{xx}|_{x=0} + u_x|_{x=0} = Lv_{xx}|_{x=0} + v_x|_{x=0} = 0, \quad (2.3)$$

$$u_x|_{x=L} = v_x|_{x=L} = 0,$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x). \quad (2.4)$$

Мы будем искать классическое решение задачи (2.1)–(2.4). Именно, предположим, что

$$u(x, t), v(x, t) \in \mathbb{C}([0, T]; \mathbb{C}^{(3)}[0, L]) \cap \mathbb{C}^{(1)}([0, T]; \mathbb{C}[0, L])$$

при некотором $T > 0$. Выберем пробную функцию, на которую будем умножать уравнения (2.1) и (2.2), в следующем виде: $\psi(x) = L - x$. Выбор такой пробной функции обусловлен тем, чтобы после интегрирования по частям можно было избавиться с учетом граничных условий (2.3) от “плохих” слагаемых:

$$\int_0^L (L - x) u_{xxx} dx = \int_0^L (L - x) v_{xxx} dx = 0.$$

Теперь умножим обе части уравнений (2.1), (2.2) на выбранную пробную функцию и после интегрирования по частям получим следующие равенства:

$$\int_0^L (L - x) u_t dx + \int_0^L v dx = \int_0^L \left(\frac{1}{4}v^2 + \frac{3}{4}u^2 \right) dx, \quad (2.5)$$

$$\int_0^L (L - x) v_t dx + \int_0^L u dx = \int_0^L \frac{1}{2}vu dx. \quad (2.6)$$

¹⁾ББМ – Бенджамена–Бона–Махони.

Сложим уравнения (2.5) и (2.6) и в результате получим равенство

$$\frac{dJ}{dt} + \int_0^L (u + v) dx = \int_0^L \left(\frac{1}{4}v^2 + \frac{3}{4}u^2 + \frac{1}{2}uv \right) dx, \quad (2.7)$$

где

$$J(t) = \int_0^L (L - x)(u + v) dx. \quad (2.8)$$

Простые вычисления дают

$$\frac{1}{4}v^2 + \frac{3}{4}u^2 + \frac{1}{2}uv = \frac{1}{4}(u + v)^2 + \frac{1}{2}u^2 \geq \frac{1}{4}(u + v)^2.$$

Из этого неравенства и уравнения (2.7) мы получим неравенство

$$\frac{dJ}{dt} \geq \frac{1}{4} \int_0^L (u + v)^2 dx - \int_0^L (u + v) dx. \quad (2.9)$$

Введем обозначение $w = u + v$, тогда получим

$$\frac{dJ}{dt} \geq \frac{1}{4} \int_0^L w^2 dx - \int_0^L w dx. \quad (2.10)$$

Имеет место оценка сверху

$$\left| \int_0^L w dx \right| \leq 2L + \frac{1}{8} \int_0^L w^2 dx.$$

С учетом (2.10) мы имеем следующее неравенство:

$$\frac{dJ}{dt} \geq \frac{1}{8} \int_0^L w^2 dx - 2L. \quad (2.11)$$

Теперь мы сделаем одно предположение, которое потребуется для перехода к пределу при $L \rightarrow +\infty$. Именно, пусть $L \geq 1$, тогда из неравенства (2.11) мы получим более грубое неравенство:

$$\frac{dJ}{dt} \geq \frac{1}{8} \int_0^L w^2 dx - 2L^3. \quad (2.12)$$

Кроме того, имеет место следующая цепочка оценок снизу:

$$\begin{aligned} \frac{1}{8} \int_0^L w^2 dx &\geq \frac{1}{8L} \int_0^L (L - x)w^2 dx = \frac{1}{8L} \frac{L^2}{2} \int_0^L \frac{L - x}{L^2/2} w^2 dx \geq \\ &\geq \frac{1}{4L^3} \left(\int_0^L (L - x)w dx \right)^2 = \frac{1}{4L^3} J^2. \end{aligned}$$

В итоге отсюда и из (2.12) мы выводим неравенство

$$\frac{dJ}{dt} \geq k^2 J^2 - a^2, \quad k^2 = \frac{1}{4L^3}, \quad a^2 = 2L^3. \quad (2.13)$$

Таким образом, интегрируя дифференциальное неравенство (2.13), мы получим следующее утверждение.

ТЕОРЕМА 1. Пусть

$$J_0 = J(0) = \int_0^L (L-x)(u_0 + v_0) dx > \frac{a}{k}, \quad L \geq 1. \quad (2.14)$$

Тогда не существует глобального во времени классического решения задачи (2.1)–(2.4), причем имеет место неравенство

$$J(t) \geq \frac{a}{k} \frac{1 + c_0 e^{2akt}}{1 - c_0 e^{2akt}}, \quad c_0 = \frac{kJ_0 - a}{kJ_0 + a}, \quad (2.15)$$

и, следовательно,

$$\lim_{t \uparrow T_\infty} J(t) = +\infty, \quad T \leq T_\infty \leq -\frac{1}{2ak} \ln \left(\frac{kJ_0 - a}{kJ_0 + a} \right), \quad (2.16)$$

где

$$a = \sqrt{2}L^{3/2}, \quad k = \frac{1}{2L^{3/2}}. \quad (2.17)$$

2.2. Задача на полупрямой $x > 0$. Рассмотрим следующую задачу в классической постановке:

$$u_t + v_x - \frac{1}{2}vv_x - \frac{3}{2}uu_x + \frac{1}{2}v_{xxx} = 0, \quad x \in (0, +\infty), \quad t \in (0, T), \quad (2.18)$$

$$v_t + u_x - \frac{1}{2}(vu)_x + \frac{1}{6}u_{xxx} = 0, \quad x \in (0, +\infty), \quad t \in (0, T), \quad (2.19)$$

$$u|_{x=0} = u_x|_{x=0} = u_{xx}|_{x=0} = v|_{x=0} = v_x|_{x=0} = v_{xx}|_{x=0} = 0, \quad (2.20)$$

$$\left| \frac{1}{6}u_x(L, t) + \frac{1}{2}v_x(L, t) \right| \leq d^2(L), \quad t \in [0, T], \quad (2.21)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x). \quad (2.22)$$

Мы будем искать классическое решение задачи (2.18)–(2.22). Именно, предположим, что

$$u(x, t), v(x, t) \in C^{(1)}([0, T]; \mathbb{C}[0, +\infty)) \cap C([0, T]; C^{(3)}[0, +\infty))$$

при некотором $T > 0$. Потребуем выполнения следующего условия:

$$\lim_{L \rightarrow +\infty} L^{-3}d^2(L) = d_0^2 \geq 0. \quad (2.23)$$

Как и ранее, умножение уравнений (2.18), (2.19) на пробную функцию $\psi(x) = L - x$ с последующим интегрированием по частям и суммированием полученных выражений дает неравенство

$$\frac{dJ}{dt} \geq k^2 J^2 - a_1^2, \quad k^2 = \frac{1}{4L^3}, \quad a_1^2 = 2L^3 + d^2(L). \quad (2.24)$$

Потребуем теперь выполнения условия

$$\lim_{L \rightarrow +\infty} L^{-1} \int_0^1 (1-z)(u_0(Lz) + v_0(Lz)) dz = b_0 > 2\sqrt{2+d_0^2}. \quad (2.25)$$

Введем следующие обозначения:

$$c_\infty = \frac{b_0 - 2\sqrt{2+d_0^2}}{b_0 + 2\sqrt{2+d_0^2}}, \quad k_0 = \frac{1}{2}\sqrt{2+d_0^2}, \quad (2.26)$$

$$J_\infty(t) = \lim_{L \rightarrow +\infty} L^{-1} \int_0^1 (1-z)(u(Lz, t) + v(Lz, t)) dz. \quad (2.27)$$

В силу теоремы 1 мы приходим к неравенству

$$J_\infty(t) \geq 2\sqrt{2+d_0^2} \frac{1+c_\infty e^{2k_0 t}}{1-c_\infty e^{2k_0 t}}, \quad (2.28)$$

из которого вытекает

ТЕОРЕМА 2. Пусть выполняется условие (2.25). Тогда не существует глобального во времени классического решения задачи (2.18)–(2.22), причем имеет место неравенство (2.28), и, следовательно,

$$\lim_{t \uparrow T_\infty} J_\infty(t) = +\infty, \quad T \leq T_\infty \leq -\frac{1}{2k_0} \ln \left(\frac{b_0 - 2\sqrt{2+d_0^2}}{b_0 + 2\sqrt{2+d_0^2}} \right). \quad (2.29)$$

2.3. Задача на прямой $x \in \mathbb{R}^1$. Рассмотрим еще одну задачу в классической постановке:

$$u_t + v_x - \frac{1}{2}vv_x - \frac{3}{2}uu_x + \frac{1}{2}v_{xxx} = 0, \quad x \in (-\infty, +\infty), \quad t \in (0, T), \quad (2.30)$$

$$v_t + u_x - \frac{1}{2}(vu)_x + \frac{1}{6}u_{xxx} = 0, \quad x \in (-\infty, +\infty), \quad t \in (0, T), \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} & \left| -2Lv(-L, t) - 2Lu(-L, t) + \frac{L}{2}v^2(-L, t) + Lv(-L, t)u(-L, t) + \right. \\ & \quad + \frac{3L}{2}u^2(-L, t) - Lv_{xx}(-L, t) + \frac{1}{2}v_x(L, t) - \frac{1}{2}v_x(-L, t) - \\ & \quad \left. - \frac{L}{3}u_{xx}(-L, t) + \frac{1}{6}u_x(L, t) - \frac{1}{6}u_x(-L, t) \right| \leq d^2(L), \quad t \in [0, T), \quad (2.32) \end{aligned}$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x). \quad (2.33)$$

Мы будем искать классическое решение задачи (2.30)–(2.33). Именно, предположим, что

$$u(x, t), v(x, t) \in \mathbb{C}([0, T]; \mathbb{C}^{(3)}(-\infty, +\infty)) \cap \mathbb{C}^{(1)}([0, T]; \mathbb{C}(-\infty, +\infty))$$

при некотором $T > 0$. Потребуем выполнения условия (2.23). Аналогичным образом умножение уравнений (2.30), (2.31) на пробную функцию $\psi(x) = L - x$ с последующим интегрированием по частям на интервале $(-L, L)$ и суммированием полученных выражений дает следующий результат.

ТЕОРЕМА 3. Пусть

$$\lim_{L \rightarrow +\infty} L^{-1} \int_{-1}^1 (1-z)(u_0(Lz) + v_0(Lz)) dz = b_0 > 2\sqrt{4+d_0^2}. \quad (2.34)$$

Тогда не существует глобального во времени классического решения задачи (2.30)–(2.33), причем имеет место неравенство

$$J_\infty(t) \geq 2\sqrt{4+d_0^2} \frac{1+c_\infty e^{2k_0 t}}{1-c_\infty e^{2k_0 t}}, \quad (2.35)$$

и, следовательно,

$$\lim_{t \uparrow T_\infty} J_\infty(t) = +\infty, \quad T \leq T_\infty \leq -\frac{1}{2k_0} \ln \left(\frac{b_0 - 2\sqrt{4+d_0^2}}{b_0 + 2\sqrt{4+d_0^2}} \right), \quad (2.36)$$

где

$$J_\infty(t) = \lim_{L \rightarrow +\infty} L^{-1} \int_{-1}^1 (1-z)(u(Lz, t) + v(Lz, t)) dz, \quad (2.37)$$

$$c_\infty = \frac{b_0 - 2\sqrt{4+d_0^2}}{b_0 + 2\sqrt{4+d_0^2}}, \quad k_0 = \sqrt{4+d_0^2}.$$

3. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ БВМ–КДФ–БВМ–КДФ

3.1. Задача на интервале $x \in (0, L)$. Рассмотрим следующую начально-краевую задачу в классической постановке:

$$u_t + v_x - \frac{1}{2}vv_x - \frac{3}{2}uu_x + cv_{xxx} - bu_{txx} = 0, \quad x \in (0, L), \quad t > 0, \quad (3.1)$$

$$v_t + u_x - \frac{1}{2}(vu)_x + au_{xxx} - dv_{txx} = 0, \quad x \in (0, L), \quad t > 0, \quad (3.2)$$

$$u|_{x=0} = v|_{x=0} = Lu_x|_{x=0} - u|_{x=L} = Lv_x|_{x=0} - v|_{x=L} =$$

$$= Lu_{xx}|_{x=0} + u|_{x=0} - u_x|_{x=L} = Lv_{xx}|_{x=0} + v|_{x=0} - v_x|_{x=L} = 0, \quad (3.3)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x). \quad (3.4)$$

Мы будем искать классическое решение задачи (3.1)–(3.4). Именно, предположим, что

$$u(x, t), v(x, t) \in \mathbb{C}^{(1)}([0, T]; \mathbb{C}^{(2)}[0, L]) \cap \mathbb{C}([0, T]; \mathbb{C}^{(3)}[0, L])$$

при некотором $T > 0$. Рассуждая точно так же, как и при решении задачи (2.1)–(2.4), мы приходим к утверждению, аналогичному теореме 1.

3.2. Задача на полупрямой $x > 0$. Рассмотрим начально-краевую задачу в классической постановке:

$$u_t + v_x - \frac{1}{2}vv_x - \frac{3}{2}uu_x + cv_{xxx} - bu_{txx} = 0, \quad x \in (0, +\infty), \quad t > 0, \quad (3.5)$$

$$v_t + u_x - \frac{1}{2}(vu)_x + au_{xxx} - dv_{txx} = 0, \quad x \in (0, +\infty), \quad t > 0, \quad (3.6)$$

$$u|_{x=0} = u_x|_{x=0} = u_{xx}|_{x=0} = v|_{x=0} = v_x|_{x=0} = v_{xx}|_{x=0} = 0, \quad (3.7)$$

$$|cv_x(L, t) + au_x(L, t) - bu'_x(L, t) - dv'_x(L, t)| \leq d^2(L), \quad (3.8)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x). \quad (3.9)$$

Мы будем искать классическое решение задачи (3.5)–(3.9). Именно, предположим, что

$$u(x, t), v(x, t) \in \mathbb{C}^{(1)}([0, T]; \mathbb{C}^{(2)}[0, +\infty)) \cap \mathbb{C}([0, T]; \mathbb{C}^{(3)}[0, +\infty))$$

при некотором $T > 0$. Потребуем выполнения условий (2.23) и (2.25). Используя обозначения (2.26) и (2.27) и рассуждая, как и выше, приходим к утверждению, аналогичному теореме 2.

3.3. Задача на прямой $x \in \mathbb{R}^1$. Рассмотрим следующую задачу в классической постановке:

$$u_t + v_x - \frac{1}{2}vv_x - \frac{3}{2}uu_x + v_{xxx} - bu_{txx} = 0, \quad x \in (-\infty, +\infty), \quad t \in (0, T), \quad (3.10)$$

$$v_t + u_x - \frac{1}{2}(vu)_x + au_{xxx} - dv_{txx} = 0, \quad x \in (-\infty, +\infty), \quad t \in (0, T), \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} & \left| -2Lv(-L, t) - 2Lu(-L, t) + \frac{L}{2}v^2(-L, t) + Lv(-L, t)u(-L, t) + \frac{3L}{2}u^2(-L, t) - \right. \\ & - 2Lcv_{xx}(-L, t) + cv_x(L, t) - cv_x(-L, t) - \\ & - 2Lau_{xx}(-L, t) + au_x(L, t) - au_x(-L, t) + \\ & + 2Lbu'_x(-L, t) - bu'(L, t) + bu'(-L, t) + \\ & \left. + 2Ldv'(-L, t) - dv'(L, t) + dv'(-L, t) \right| \leq d^2(L), \quad t \in [0, T], \quad (3.12) \end{aligned}$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x). \quad (3.13)$$

Мы будем искать классическое решение задачи (3.10)–(3.13). Именно, предположим, что

$$u(x, t), v(x, t) \in \mathbb{C}^{(1)}([0, T]; \mathbb{C}^{(2)}(-\infty, +\infty)) \cap \mathbb{C}([0, T]; \mathbb{C}^{(3)}(-\infty, +\infty))$$

при некотором $T > 0$. Потребуем выполнения условия (2.23). Аналогичным образом, умножая на пробную функцию $\psi(x) = L - x$ и интегрируя по частям на интервале $(-L, L)$, мы приходим к результату, аналогичному теореме 3.

4. УРАВНЕНИЕ КУЗНЕЦОВА

Рассмотрим следующую начально-краевую задачу на интервале:

$$u_{tt} - u_{xx} + u_{xxxx} = ((u_x)^2)_t, \quad (4.1)$$

$$u_x|_{x=0} = u_x|_{x=L} = u_{xxx}|_{x=L} = (Lu_{xxx} + u_{xx} - Lu_{xx})|_{x=0} = 0, \quad (4.2)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u'(x, 0) = u_1(x). \quad (4.3)$$

Решение этой задачи мы будем понимать в следующем классическом смысле:

$$u(x, t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T]; \mathbb{C}^{(1)}[0, L]) \cap \mathbb{C}^{(1)}([0, T]; \mathbb{C}^{(3)}[0, L]) \cap \mathbb{C}([0, T]; \mathbb{C}^{(5)}[0, L])$$

при некотором $T > 0$. В этом классе мы можем продифференцировать один раз по x уравнение (4.1) и начальные условия (4.3), после чего, сделав замену функций $v(x, t) = u_x(x, t)$, получим для функции

$$v(x, t) \in \mathbb{C}^{(2)}([0, T]; \mathbb{C}[0, L]) \cap \mathbb{C}^{(1)}([0, T]; \mathbb{C}^{(2)}[0, L]) \cap \mathbb{C}([0, T]; \mathbb{C}^{(4)}[0, L])$$

следующую начально-краевую задачу:

$$v_{tt} - v_{xx} + v_{xxxx} = (v^2)_{xt}, \quad (4.4)$$

$$v|_{x=0} = v|_{x=L} = v_{xx}|_{x=L} = (Lv_{xxx} + v_{xx} - Lv_x)|_{x=0} = 0, \quad (4.5)$$

$$v(x, 0) = u_{0x}(x), \quad v'(x, 0) = u_{1x}(x). \quad (4.6)$$

Теперь применим метод пробных функций, для чего выберем пробную функцию $\psi(x) = L - x$. Тогда после интегрирования по частям можно получить равенство

$$\frac{d^2}{dt^2} \int_0^L (L - x)v(x, t) dx = \frac{d}{dt} \int_0^L v^2(x, t) dx. \quad (4.7)$$

После интегрирования по времени и стандартных преобразований (таких же, как в разделе 2), получим неравенство

$$\frac{dJ}{dt} \geq k^2 J^2 - a^2, \quad k^2 = \frac{2}{L^3}, \quad a^2 = \left| \int_0^L (L - x)u_{1x}(x) dx - \int_0^L (u_{0x})^2 dx \right|, \quad (4.8)$$

где

$$J(t) \equiv \int_0^L (L - x)u_x(x, t) dx. \quad (4.9)$$

Таким образом, интегрируя дифференциальное неравенство (4.8), мы выводим следующее утверждение.

ТЕОРЕМА 4. Пусть

$$J_0 = J(0) = \int_0^L (L - x)u_{0x} dx > \frac{a}{k}. \quad (4.10)$$

Тогда не существует глобального во времени классического решения задачи (4.1)–(4.3), причем имеет место неравенство (2.15), и, следовательно, справедливо соотношение (2.16), где

$$a^2 = \left| \int_0^L (L - x)u_{1x}(x) dx - \int_0^L (u_{0x})^2 dx \right|, \quad k^2 = \frac{2}{L^3}. \quad (4.11)$$

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Далее можно стандартным образом рассмотреть на полупрямой и прямой начально-краевые задачи для уравнения Кузнецова. Тогда в рамках нашей техники придется наложить некоторые граничные условия при $x \rightarrow \pm\infty$. Исследование проблемы разрушения решений этих задач полностью аналогично изложенному выше, поэтому здесь мы его не приводим.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11-01-12018-офи_м-2011).

Список литературы

- [1] С.И. Похожаев, *Дифференц. уравнения*, **47**:4 (2011), 493–498.
- [2] С.И. Похожаев, *Матем. сб.*, **202**:6 (2011), 111–132.
- [3] С.И. Похожаев, *Матем. заметки*, **89**:3 (2011), 393–409.
- [4] С.И. Похожаев, *СМФН*, **39** (2011), 141–150.
- [5] Э.Л. Митидиери, С.И. Похожаев, *Тр. МИАН*, **234** (2001), 3–383.
- [6] J. L. Bona, T. Colin, D. Lannes, *Arch. Ration. Mech. Anal.*, **178**:3 (2005), 373–410.
- [7] J. L. Bona, V. A. Dougalis, D. E. Mitsotakis, *Nonlinearity*, **21**:12 (2008), 2825–2848.
- [8] V. A. Dougalis, D. E. Mitsotakis, J. C. Saut, *J. Sci. Comput.*, **44**:2 (2010), 109–135.
- [9] M. Chen, N. V. Nguyen, S.-M. Sun, *Differ. Integral Equ.*, **9–10**:24 (2011), 895–908.
- [10] В.П. Кузнецов, *Акуст. ж.*, **16**:4 (1970), 548–553.
- [11] А.В. Гапонов-Грегов (ред.), *Нелинейные волны*, Наука, М., 1979.
- [12] E. L. Mitidieri, V. A. Galaktionov, S. I. Pohozaev, *Nonlinear Anal.*, **70**:8 (2009), 2930–2952.

Поступила в редакцию 7.02.2012