

МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ВОЛНОВОДНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ

Профессор Быков А. А.

1. Введение. Представлены результаты оптимизации волноводных трансформаторов нескольких конфигураций в нагруженных волноводах с прямолинейными и искривленными границами. В качестве целевой функции рассматривается мощность, переданная трансформатором в заданную моду принимающего волновода (основную или одну из высших). Модель основана на применении неполного метода Галеркина, применение которого в практике численного моделирования в электродинамике началось серией публикаций А.Г.Свешникова [1]. Решение краевой задачи для уравнений Максвелла представляется в виде линейной комбинации системы координатных функций поперечного сечения. Коэффициенты линейной комбинации находятся из условия ортогональности невязки системе проекционных функций. В результате получается краевая задача для жесткой системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений на отрезке [2].

2. Решение обобщенного уравнения Гельмгольца в цилиндрической области.

Рассмотрим краевую задачу для уравнения $\Delta u + \kappa^2 u = 0, u|_{\Sigma} = 0$, где $\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$, в области D , ограниченной уходящей на бесконечность поверхностью Σ с условиями излучения. Пусть D_1 есть подводящий полубесконечный отрезок регулярного волновода с поперечным сечением S_1 , D_3 - принимающий с поперечным сечением S_3 , D_2 есть область, соединяющая D_1 и D_3 , $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3$. Продольную координату в D_1 обозначим z_1 , $z_1 \in (-\infty, a]$, в D_3 аналогично z_3 , $z_3 \in [b, +\infty)$. Пусть величины $\lambda_n^{(i)}$ есть собственные значения краевой задачи Штурма--Лиувилля $\Delta \varphi_n^{(i)} + \lambda_n^{(i)} \varphi_n^{(i)} = 0, (x_i, y_i) \in S_i, \varphi_n^{(i)}|_{C_i} = 0$, C_i есть граница S_i , $i \in \{1; 3\}$, $(\gamma_n^{(i)})^2 = \kappa^2 - (\lambda_n^{(i)})^2$ для $i \in \{1; 3\}$,

$$u(M_1, z_1) = \sum_{n=1}^{n_1} A_n^{(1)} e^{i\gamma_n^{(1)}(z_1 - z_a)} \varphi_n^{(1)}(M_1) + \sum_{n=1}^{+\infty} R_n^{(1)} e^{-i\gamma_n^{(1)}(z_1 - z_a)} \varphi_n^{(1)}(M_1)$$

$$u(M_3, z_3) = \sum_{n=1}^{n_3} B_n^{(3)} e^{-i\gamma_n^{(3)}(z_3 - z_b)} \varphi_n^{(3)}(M_3) + \sum_{n=1}^{+\infty} T_n^{(3)} e^{i\gamma_n^{(3)}(z_3 - z_b)} \varphi_n^{(3)}(M_3)$$

при $z_1 \leq a$ и $z_3 \geq b$ соответственно, $M_i = (x_i, y_i)$, $i \in \{1; 3\}$, $\{A_n^{(1)}\}$ есть комплексные амплитуды волн, облучающих неоднородный участок D_2 слева (со стороны D_1), $\{B_n^{(3)}\}$ то

же справа (со стороны D_3). Условия излучения:

$$\left. \iint_{S_1} \left(\frac{\partial u}{\partial z_1} + i\gamma_n^{(1)} u \right) \varphi_n^{(1)}(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \right|_{z_1=z_a} = 2i\gamma_n^{(1)} A_n^{(1)},$$

$$\left. \iint_{S_3} \left(\frac{\partial u}{\partial z_3} - i\gamma_n^{(3)} u \right) \varphi_n^{(3)}(x_3, y_3) dx_3 dy_3 \right|_{z_3=z_b} = -2i\gamma_n^{(3)} B_n^{(3)}, \quad n \in \{1, \dots\}.$$

В областях $D_{1,2,3}$ введем криволинейную систему (ξ_1, ξ_2, ξ_3) : $L[v] + \kappa^2 \sqrt{g} v = 0$, где

$$L[v] = \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial \xi_i} (g^{i,j} \sqrt{g} \frac{\partial v}{\partial \xi_j}).$$

Выражения коэффициентов можно найти в [3].

3. Методика частичной дискретизации. Пусть $\{\psi_n, \mu_n\}$ есть собственные функции и значения задачи Штурма-Лиувилля $\Delta_{\xi_1, \xi_2} \psi_n + \mu_n^2 \psi_n = 0$, $(\xi_1, \xi_2) \in S_2$, $\psi_n|_{\partial S_2} = 0$. Построим

функциональную последовательность v^N , каждый элемент которой есть конечная сумма:

$$v^{(N)}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \sum_{n=1}^N V_n^{(N)}(\xi_3) \psi_n(\xi_1, \xi_2).$$

Потребуем ортогональности невязки каждой из N

$$\iint_{S_2} \psi_m(\xi_1, \xi_2) (L[V^{(N)}] + \kappa^2 \sqrt{g} V^{(N)}) d\xi_1 d\xi_2 = 0, \quad m \in \{1; \dots; N\}, \quad \xi_3 \in (z_a, z_b),$$

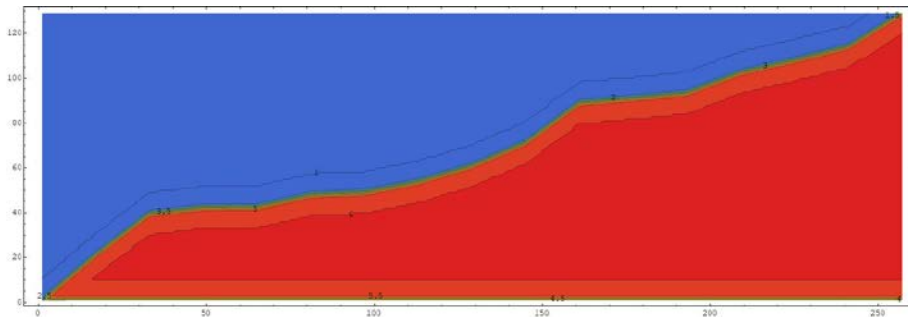
$$\sum_{n=1}^N \langle \tilde{\varphi}_m^{(1)} | J^{(a)} | \psi_n \rangle \bigg|_{S_2} \frac{dV_n}{d\xi_3} \bigg|_{\xi_3=z_a} + \sum_{n=1}^N i\gamma_n \langle \tilde{\varphi}_m^{(1)} | J | \psi_n \rangle \bigg|_{S_2} V_n \big|_{\xi_3=z_a} = 2i\gamma_m^{(1)} A_m^{(1)},$$

$$\sum_{n=1}^N \langle \tilde{\varphi}_m^{(3)} | J^{(b)} | \psi_n \rangle \bigg|_{S_2} \frac{dV_n}{d\xi_3} \bigg|_{\xi_3=z_b} - \sum_{n=1}^N i\gamma_n \langle \tilde{\varphi}_m^{(3)} | J | \psi_n \rangle \bigg|_{S_2} V_n \big|_{\xi_3=z_b} = -2i\gamma_m^{(1)} B_m^{(1)}$$

для того же набора $\{m\}$. Точное решение есть предел в среднем при $N \rightarrow +\infty$. Оптимизация

включает применение метода инвариантного погружения [4].

6. Результаты моделирования. 6.1. Трансформатор с криволинейной границей раздела двух сред в планарном волноводе: мода 1 в моду 2. На рис. 1(а,б)



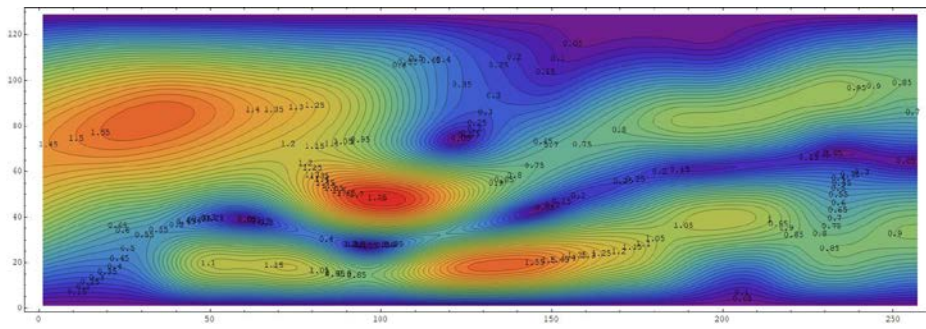


Рис. 1а, б

показана форма оптимальной границы раздела и карта поля с параметрами $\varepsilon_l = 1$, $\varepsilon_r = 6$, $\kappa = 1.9\pi$. Значение целевой функции $F = 0.0003$, это энергия, ушедшая в сторонние моды.

6.3. Сдвиг осевой линии. Покажем результаты расчета оптимального участка сдвигающего осевую линию на заданное расстояние для $\kappa = 4,6\pi$, рис.2. После преобразования координат криволинейного волновода (ξ, η) в прямоугольную область занимает полосу $\xi \in (-\infty, +\infty)$, $\eta \in \{b_1, b_2\}$, основное уравнение примет вид

$$\frac{\partial}{\partial \xi} [\sqrt{g} (g^{11} \frac{\partial u}{\partial \xi} + g^{12} \frac{\partial u}{\partial \eta})] + \frac{\partial}{\partial \eta} [\sqrt{g} (g^{21} \frac{\partial u}{\partial \xi} + g^{22} \frac{\partial u}{\partial \eta})] - \sqrt{g} \varepsilon^2 u + \sqrt{g} \kappa^2 \rho u = 0.$$

Методику численной реализации требует решения ряда принципиально важных проблем, описание которых мы опускаем.

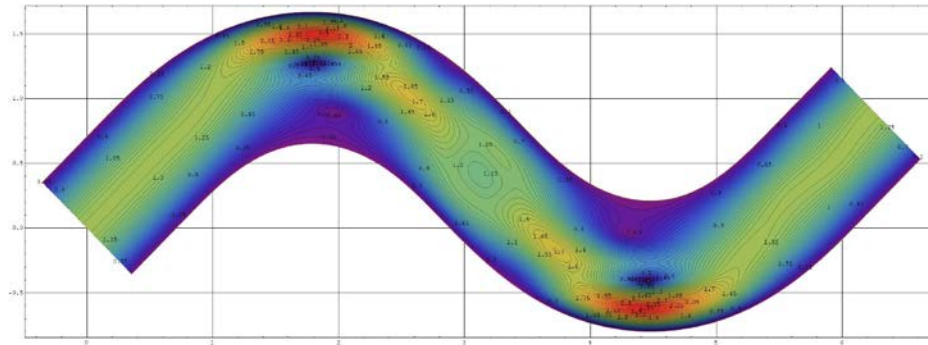


Рис. 2

Литература

1. Свешников А.Г. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1963. Т.3. N2. С.314--326.
2. Быков А.А. // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1989. Т.29. N3. С.355--370.
3. Дубровин Б.А., Новиков С.Н., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М., Наука, 1986
4. Беллман Р., Энджел Э. Динамическое. М.: Мир. 1974.