Солитонный режим генерации терагерцового излучения при учете фазы светового импульса

С. В. Сазонов[+1)], *А. П. Сухоруков*[*], *Н. В. Устинов*[×]

[+]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[*]*Физический факультет МГУ им. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

[×]*Калининградский филиал Московского государственного университета путей сообщения, 236039 Калининград, Россия*

Поступила в редакцию 29 сентября 2014 г.

Получено интегрируемое обобщение системы уравнений Ядзимы–Ойкавы, описывающее оптическую генерацию широкополосного терагерцового излучения в квадратично-нелинейной среде с учетом влияния на данный процесс фазы светового импульса. Найдена соответствующая пара Лакса. Построено солитонное решение. Его анализ позволил, в частности, сделать вывод о том, что в окрестности нулевого значения параметра групповой дисперсии второго порядка роль фазы светового импульса существенно возрастает. Это обстоятельство способно привести к значительному повышению эффективности генерации в солитонном режиме.

DOI: 10.7868/S0370274X14220044

Суть оптического метода генерации терагерцового излучения заключается в порождении волнового пакета, состоящего из фурье-компонент на разностных частотах спектра оптического импульса, подаваемого в нелинейную среду [1–4]. Такая генерация происходит при условии близости групповой скорости v_g оптического импульса к фазовой скорости v_T терагерцового сигнала. Ее наиболее простой случай имеет место, когда при подаче в кристалл оптического спектрально ограниченного сигнала пространственно-временной профиль его интенсивности определяет таковой профиль у генерируемого поля широкополосного терагерцового импульса.

Некоторое время назад один из авторов (А.П. Сухоруков) поставил вопрос о влиянии фазы светового сигнала на генерацию терагерцового излучения. Исследованию такого влияния посвящена работа [5]. В ней было показано, что при определенных условиях эффект фазовой модуляции может оказаться решающим. В этом случае пространственно-временной профиль порождаемого терагерцового сигнала определяется уже характером изменения фазы светового импульса, а спектр терагерцового излучения может быть как широкополосным, так и квазимонохроматическим. Такие особенности хода генерации являются исключительно следствием дисперсии квадратичной нелинейности.

Механизм, связанный с фазовой модуляцией, может оказаться доминирующим для наносекундных световых импульсов [6], в то время как более простой механизм генерации за счет амплитудной модуляции хорошо проявляет себя в случае фемтосекундных и субпикосекундных сигналов [3, 7, 8]. Однако дальнейшее укорочение длительности светового импульса при неизменной несущей частоте должно приводить к усилению роли его фазы. Это особенно касается сигналов длительностью всего в несколько периодов колебаний.

При самосогласованном рассмотрении процесса генерации имеет место обратное воздействие терагерцового сигнала на световой импульс. Без учета влияния фазы светового импульса такой процесс генерации описывается интегрируемой системой уравнений Ядзимы–Ойкавы (ЯО) [9]. В самой общей физической постановке к этой системе, являющейся редуцированной к однонаправленному распространению версией уравнений Захарова [10], приводят задачи взаимодействия длинных и коротких волн. Роль коротковолновой компоненты играет здесь оптический импульс, а длинноволновой – терагерцовый сигнал.

Отмеченная выше интегрируемость системы уравнений ЯО означает, что к ней применим метод обратной задачи рассеяния (МОЗР) [11, 12].

[1)]e-mail: sazonov.sergey@gmail.com

Дискретная часть данных рассеяния полностью описывает солитонные решения таких уравнений.

В работе [5] генерация терагерцового излучения за счет фазовой модуляции исследована в приближении заданного поля оптического импульса. В то же время по аналогии со случаем спектрально ограниченных сигналов здесь следует ожидать эффектов обратного влияния терагерцового излучения на оптический импульс. Поэтому корректное рассмотрение данной задачи состоит в ее самосогласованном анализе на основе уравнений, обобщающих систему ЯО. В этом и заключается цель последующего рассмотрения.

В настоящей работе получено интегрируемое обобщение системы, описывающее взаимодействие оптического и терагерцового импульсов, на случай учета дисперсии квадратичной нелинейности среды. На основе его солитонных решений проводится анализ генерации терагерцового излучения.

Пусть световой импульс и порождаемый им терагерцовый сигнал распространяются вдоль оси z, перпендикулярной оптической оси одноосного кристалла. В этом случае у импульсов отсутствует продольная компонента электромагнитного поля. Если к тому же электрическое поле входного импульса лежит в плоскости, образуемой оптической осью и осью z, то плоскость поляризации импульса при его распространении не изменяется [13]. Тогда полное электрическое поле E импульса в кристалле можно представить в скалярной форме:

$$E = E_T + \Psi e^{i(\omega t - kz)} + \Psi^* e^{-i(\omega t - kz)}, \qquad (1)$$

где E_T и Ψ – поле терагерцовой составляющей и комплексная огибающая электрического поля оптической компоненты соответственно, ω – несущая частота оптической компоненты, k – ее волновое число.

Выполним в исходном волновом уравнении стандартную процедуру разделения электромагнитного поля на оптическую и терагерцовую компоненты. После применения к первой приближения медленно меняющейся огибающей [14, 15], а ко второй – приближения однонаправленного распространения [16, 17] придем к системе уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_T}{\partial z} &= \alpha \frac{\partial^3 E_T}{\partial \tau^3} - \beta E_T \frac{\partial E_T}{\partial \tau} - \sigma \frac{\partial}{\partial \tau}\left(|\Psi|^2\right) + \\ &+ ig \frac{\partial}{\partial \tau}\left(\Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} - \Psi \frac{\partial \Psi^*}{\partial \tau}\right), \end{aligned} \qquad (2)$$

$$\begin{aligned} i\frac{\partial \Psi}{\partial z} &= -\frac{k_2}{2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + i\frac{k_3}{6}\frac{\partial^3 \Psi}{\partial \tau^3} + aE_T\Psi - \\ &- ib\Psi \frac{\partial E_T}{\partial \tau} - i\mu E_T \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \varepsilon |\Psi|^2 \Psi. \end{aligned} \qquad (3)$$

Здесь $\tau = t - z/v_T = t - z/v_g$, а фазовая скорость v_T терагерцовой составляющей и групповая скорость v_g оптической компоненты определены выражениями

$$\frac{1}{v_T} = \frac{1 + 2\pi\chi_T}{c},$$

$$\frac{1}{v_g} = \frac{\partial k}{\partial \omega} = \frac{1}{c}\left[1 + 2\pi\left(\chi_\omega + \omega\frac{\partial \chi_\omega}{\partial \omega}\right)\right],$$

где χ_T и χ_ω – линейные восприимчивости среды в терагерцовом диапазоне и на частоте ω соответственно. Кроме того, считается выполненным условие резонанса Захарова–Бенни [10, 18]:

$$v_g = v_T.$$

Коэффициенты системы (2), (3) задаются следующими равенствами:

$$\alpha = \frac{\pi}{c}\left(\frac{\partial^2 \chi_T}{\partial \omega_T^2}\right)_{\omega_T = 0}, \quad \beta = \frac{4\pi\chi^{(2)}(0,0)}{c},$$

$$\sigma = \frac{4\pi\chi^{(2)}(\omega, -\omega)}{c}, \quad g = \frac{4\pi}{c}\left(\frac{\partial \chi^{(2)}}{\partial \omega_1}\right)_{\substack{\omega_1 = -\omega \\ \omega_2 = \omega}},$$

$$k_2 = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} = \frac{2\pi}{c}\left(2\frac{\partial \chi_\omega}{\partial \omega} + \omega\frac{\partial^2 \chi_\omega}{\partial \omega^2}\right),$$

$$k_3 = \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} = \frac{2\pi}{c}\left(3\frac{\partial^2 \chi_\omega}{\partial \omega^2} + \omega\frac{\partial^3 \chi_\omega}{\partial \omega^3}\right),$$

$$a = \frac{4\pi\omega}{c}\chi^{(2)}(\omega, 0), \quad b = \frac{4\pi}{c}\chi^{(2)}(\omega, 0),$$

$$\mu = \frac{4\pi}{c}\left[\chi^{(2)}(\omega, 0) + \omega\frac{\partial \chi^{(2)}(\omega, 0)}{\partial \omega}\right],$$

$$\varepsilon = \frac{6\pi\omega}{c}\chi^{(3)}(\omega, \omega, -\omega),$$

где $\chi^{(2)} = \chi^{(2)}(\omega_1, \omega_2)$ и $\chi^{(3)} = \chi^{(3)}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – нелинейные восприимчивости второго и третьего порядков соответственно, а k_2 и k_3 имеют смысл параметров дисперсии групповой скорости (ДГС) второго и третьего порядков.

При выводе уравнений (2) и (3) считалось, что спектры оптической и терагерцовой компонент лежат в области прозрачности кристалла, где нелинейность и дисперсия являются относительно слабыми. Поэтому при учете линейной и нелинейной дисперсий использовалась стандартная процедура разложения по малому времени запаздывания [5, 15].

Уравнение (2) для терагерцовой компоненты обобщает уравнение, полученное в [5], на случай учета дисперсии и терагерцовой квадратичной нелинейности (первое и второе слагаемые в правой части соответственно). Фаза оптического импульса учитывается в уравнении (2) в последнем слагаемом с коэффициентом g. Уравнение (3) обобщает уравнение системы ЯО для коротковолновой компоненты на случай учета групповой дисперсии третьего порядка (второе слагаемое в правой части), дисперсии квадратичной нелинейности (четвертое и пятое слагаемые), а также бездисперсионной кубической нелинейности (последнее слагаемое). Полагая в (2) и (3) $\alpha = \beta = g = k_3 = b = \mu = \varepsilon = 0$, придем к хорошо известной и исследованной ранее системе ЯО.

Отметим, что в уравнениях (2) и (3), как и в случае системы ЯО, коротковолновая и длинноволновая компоненты выполняют разные функции. Оптический импульс, распространяясь в нелинейной среде, порождает терагерцовый импульс, даже если в начальный момент времени тот отсутствовал. Обратный процесс невозможен. В отсутствие оптического импульса (т.е. при $\Psi = 0$) динамика терагерцового поля подчиняется знаменитому уравнению Кортевега–де Фриза (КдФ) [11, 12]. К такому уравнению приводят задачи распространения нелинейных волн малой амплитуды в слабодиспергирующих средах.

Система уравнений ЯО является одним из членов иерархии интегрируемых уравнений, имеющих в МОЗР общую матричную спектральную задачу третьего порядка специального вида [11, 19]. Правые части уравнений (2) и (3) содержат слагаемые, порядки производных и нелинейности в которых соответствуют как системе ЯО, так и следующему члену в рассматриваемой иерархии интегрируемых уравнений. Это наблюдение позволяет ожидать интегрируемости системы (2), (3) в рамках той же иерархии, к которой принадлежит система ЯО. Действительно, она имеет место, если выполняются соотношения

$$\begin{gathered}\beta = \frac{12\alpha a}{k_2}, \quad g = \frac{6\alpha\sigma}{k_2}, \quad k_3 = 24\alpha, \\ b = \frac{6\alpha a}{k_2}, \quad \mu = \frac{12\alpha a}{k_2}, \quad \varepsilon = \frac{12\alpha a\sigma}{k_2^2}.\end{gathered} \tag{4}$$

В этом случае система уравнений (2) и (3) представима в виде условия нулевой кривизны

$$\frac{\partial \hat{L}(\lambda)}{\partial z} - \frac{\partial \hat{A}(\lambda)}{\partial \tau} + [\hat{L}(\lambda), \hat{A}(\lambda)] = 0$$

с матрицами $\hat{L}(\lambda)$ и $\hat{A}(\lambda)$ следующего вида:

$$\hat{L}(\lambda) = \begin{pmatrix} -\lambda & \Psi & -\dfrac{2ia}{k_2}E_T \\ 0 & 0 & \dfrac{2a\sigma}{k_2^2}\Psi^* \\ i & 0 & \lambda \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$\hat{A}(\lambda) = \begin{pmatrix} A_- & A_1 & -\dfrac{2ia}{k_2}A_2 \\ \dfrac{2a\sigma}{k_2^2}\delta^* & 8i\dfrac{\alpha a\sigma}{k_2^2}|\Psi|^2 & \dfrac{2a\sigma}{k_2^2}A_1^* \\ i\Delta & \delta & A_+ \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где λ – спектральный параметр,

$$\delta = 4i\alpha\frac{\partial\Psi}{\partial\tau} - \frac{k_2}{2}\Psi, \quad \Delta = 4\alpha\left(\lambda^2 - \frac{a}{k_2}E_T\right),$$

$$A_\pm = \pm\lambda\Delta + \frac{ik_2}{2}\lambda^2 \pm \frac{2\alpha a}{k_2}\left(\frac{\partial E_T}{\partial\tau} \mp \frac{2i\sigma}{k_2}|\Psi|^2\right),$$

$$A_1 = 4\alpha\lambda^2\Psi + i\lambda\delta - i\frac{\partial\delta}{\partial\tau} - \frac{4\alpha a}{k_2}E_T\Psi,$$

$$A_2 = \Delta E_T - 2\alpha\lambda\frac{\partial E_T}{\partial\tau} + \alpha\frac{\partial^2 E_T}{\partial\tau^2} + \frac{\sigma}{k_2}\Re(\Psi\delta^*).$$

Матрица $\hat{L}(\lambda)$ (5) определяет спектральную задачу иерархии интегрируемых уравнений, в которую входит система ЯО. Матрица $\hat{A}(\lambda)$ (6) соответствует системе ЯО и следующему члену этой иерархии. При этом случай $\Psi = 0$ приводит к матричному представлению пары Лакса для уравнения КдФ.

Односолитонное решение интегрируемого варианта системы (2), (3), записанное в лабораторной системе координат, имеет вид

$$\Psi = \frac{k_2}{\tau_p}\sqrt{\frac{\Omega}{a\sigma}}\, e^{-i(\Omega t - qz)}\mathrm{sech}\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right), \tag{7}$$

$$E_T = -\frac{k_2}{a\tau_p^2}\,\mathrm{sech}^2\left(\frac{t - z/v}{\tau_p}\right), \tag{8}$$

где τ_p – характерная длительность солитона, Ω и q – нелинейные добавки к несущей частоте оптического импульса и к его волновому числу соответственно, связанные между собой соотношением

$$q = \frac{\Omega}{v_g} - \left(k_2 + \frac{k_3\Omega}{3}\right)\frac{\Omega^2}{2} + \frac{k_2 - k_3\Omega}{2\tau_p^2}, \tag{9}$$

v – скорость распространения солитона, определяемая выражением

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{v_g} - k_2\Omega + \frac{k_3}{6}\left(3\Omega^2 - \frac{1}{\tau_p^2}\right). \tag{10}$$

Коэффициент k_3 здесь связан с α третьим соотношением в (4).

Заметим, что терагерцовая составляющая рассматриваемого солитона испытывает большее сжатие, нежели оптическая составляющая, так как $|E_T| \sim |\Psi|^2$.

В общем случае солитонное решение (7)–(10) является двухпараметрическим. В качестве свободных параметров здесь выбраны длительность τ_p и величина Ω. Проясним физический смысл последней.

В спектральных областях прозрачности кристалла нелинейная восприимчивость не меняет своего знака с изменением частоты. Следовательно, как видно из определения коэффициентов a и σ, их произведение положительно. Поскольку выражение под знаком корня в (7) неотрицательно, имеем $\Omega > 0$, что соответствует сдвигу несущей частоты оптического импульса в "красную" область (см. (1)). С физической точки зрения это легко объяснимо тем, что в процессе распространения каждый фотон светового импульса порождает терагерцовый фотон, отдавая таким образом часть своей энергии. Также из равенства (7) видно, что величина обсуждаемого сдвига частоты пропорциональна интенсивности $\sim |\Psi|^2$ светового сигнала. Данный результат имеет место и без учета фазы оптического импульса. Он обсуждался ранее как в теоретических [20–24], так и в экспериментальных [7] работах.

Из формулы (10) следует, что скорость оптико-терагерцового солитона системы (2), (3), вообще говоря, зависит от Ω и τ_p. При этом качественный характер зависимости от τ_p определяется знаком групповой дисперсии третьего порядка: при $k_3 > 0$ скорость солитона возрастает с укорочением его длительности, а при $k_3 < 0$, напротив, уменьшается.

Если $k_3 = 0$, а коэффициенты k_2, a и σ отличны от нуля, то, как следует из равенств (4), α и все другие коэффициенты системы (2), (3) обратятся в нуль. В этом случае решение (7)–(10) в точности совпадает с оптико-терагерцовым солитоном системы ЯО. Скорость такого солитона не зависит от длительности (см. (10)).

Другой предельный случай получается из записанного выше солитонного решения, если в нем формально положить $\Omega = 0$, что соответствует $\Psi = 0$. Тогда, приняв во внимание первое и третье равенства в (4), из соотношений (8) и (10) получаем солитонное решение уравнения КдФ, в которое, как отмечалось выше, переходит при этом уравнение (2). Данное решение соответствует эффективному пространственному отделению терагерцовой компоненты от оптической, когда процесс генерации можно считать завершенным. Действительно, проделанный выше физический анализ показывает, что при $\Omega = 0$ генерации терагерцового излучения не происходит. В простейшем случае можно считать, что на входе в среду присутствует только терагерцовая компонента. Также можно предположить, что после подачи в кристалл оптического импульса могут образовываться связанные оптико-терагерцовые солитонные состояния и сугубо терагерцовые солитоны, распространяющиеся с различными скоростями. Ответ на вопрос о том, при каких входных условиях это происходит, может быть получен из дальнейшего анализа системы (2), (3).

Из выражений (7) и (8) следует, что отношение r пиковой интенсивности терагерцового сигнала к пиковой интенсивности оптического импульса есть

$$r = \frac{\sigma}{a\Omega\tau_p^2}.$$

Видно, что данное отношение растет с уменьшением как длительности τ_p импульса, так и сдвига частоты Ω. При этом амплитуда оптического импульса может оставаться неизменной.

С помощью первых двух соотношений в (4) получим для отношения пиковых интенсивностей иное представление:

$$r = \frac{2g}{\beta\Omega\tau_p^2}. \tag{11}$$

Отсюда и из (4) видно, что с уменьшением величины k_2 возрастает, в частности, роль последнего слагаемого в правой части уравнения (2), учитывающего влияние фазы оптического импульса на генерацию терагерцового сигнала. Сокращение длительности τ_p светового импульса тоже усиливает роль его фазы.

Взяв типичные значения несущей частоты светового сигнала, соответствующие видимому диапазону, приходим к выводу, что все вышеизложенное имеет место для длительностей порядка 10 фс. При еще меньших длительностях уже может быть поставлена под сомнение справедливость приближения медленно меняющейся огибающей для оптического сигнала и, как следствие, справедливость системы (2), (3).

Из формул (11) и (4) также видно, что слагаемые в правых частях уравнений (2) и (3), соответствующие дисперсии квадратичной нелинейности, исключая слагаемое с коэффициентом g, ответственны за процесс перекачки энергии порождаемого терагерцового сигнала обратно в оптический импульс. Поэтому они уменьшают эффективность генерации.

Система (2), (3) может оказаться интегрируемой и при соотношениях между ее коэффициентами, отличных от (4). В теории солитонов известны тесты, с помощью которых проверяется возможность интегрируемости нелинейных уравнений в рамках МОЗР. Одним из них является тест Пенлеве [25–27]. Представляет несомненный интерес применение таких тестов к системе (2), (3) для нахождения других интегрируемых случаев.

Таким образом, для описания самосогласованного режима генерации терагерцового излучения при уменьшении длительности оптического импульса до 10 фс необходимо модифицировать систему уравнений ЯО, в которой не учитывается влияние фазы оптического импульса. Особенно это важно в окрестности малых значений параметра ДГС второго порядка. Предложенная здесь система (2), (3) решает эту задачу, а при условиях (4) она становится интегрируемой. Хотя соотношения (4) накладывают достаточно жесткие ограничения на параметры среды, они существенно облегчают рассмотрение, позволяя провести аналитическое исследование. Отказ от этих ограничений возможен в ходе численного исследования процесса генерации терагерцового излучения фемтосекундными световыми импульсами на основе системы уравнений (2) и (3).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 13-02-00199а).

---

1. У. А. Абдуллин, Г. А. Ляхов, О. В. Руденко, А. С. Чиркин, ЖЭТФ **66**, 1295 (1974).
2. Д. А. Багдасарян, А. О. Макарян, П. С. Погосян, Письма в ЖЭТФ **37**, 498 (1983).
3. D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis, and D. A. Kleinman, Phys. Rev. Lett. **53**, 1555 (1984).
4. G. Kh. Kitaeva, Laser Phys. Lett. **5**, 559 (2008).
5. С. В. Сазонов, А. П. Сухоруков, Письма в ЖЭТФ **98**, 871 (2013).
6. А. Н. Тучак, Г. Н. Гольцман, Г. Х. Китаева, А. Н. Пенин, С. В. Селиверстов, М. И. Финкель, А. В. Шепелев, П. В. Якунин, Письма в ЖЭТФ **96**, 97 (2012).
7. А. Г. Степанов, А. А. Мельников, В. О. Компанец, С. В. Чекалин, Письма в ЖЭТФ **85**, 279 (2007).
8. J. A. Fülöp, L. Pálfalvi, S. Klingebiel, G. Almási, F. Krausz, S. Karsch, and J. Hebling, Opt. Lett. **37**, 557 (2012).
9. N. Yajima and M. Oikawa, Progr. Theor. Phys. **56**, 1719 (1976).
10. В. Е. Захаров, ЖЭТФ **62**, 1745 (1972).
11. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, Мир, М. (1988) [R. K. Dodd, J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, and H. C. Morris, *Solitons and Nonlinear Wave Equations*, Academic Press, Inc., London–Tokyo (1982)].
12. В. Е. Захаров, С. В. Манаков, С. П. Новиков, Л. П. Питаевский, *Теория солитонов: метод обратной задачи*, Наука, М. (1980).
13. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, ЖЭТФ **123**, 1160 (2003).
14. Л. Ален, Дж. Эберли, *Оптический резонанс и двухуровневые атомы*, Мир, М. (1978).
15. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, М. (1988).
16. J. C. Eilbeck, J. Phys. A: Gen. Phys. **5**, 1355 (1972).
17. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков, *Теория волн*, Наука, М. (1990).
18. D. J. Benney, Stud. Appl. Math. **55**, 93 (1977).
19. Y. C. Ma, Stud. Appl. Math. **59**, 201 (1978).
20. K. L. Vodopyanov, Opt. Express **14**, 2263 (2006).
21. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, Письма в ЖЭТФ **75**, 746 (2002).
22. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, Квант. электрон. **35**, 1019 (2005).
23. T. Hattori and K. Takeuchi, Opt. Express **15**, 8076 (2007).
24. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **87**, 470 (2008).
25. M. J. Ablowitz, A. Ramani, and H. Segur, Lett. Nuovo Cimento **23**, 333 (1978); J. Math. Phys. **21**, 715 (1980); J. Math. Phys. **21**, 1006 (1980).
26. J. Weiss, M. Tabor, and G. Carnevale, J. Math. Phys. **24**, 522 (1983); J. Weiss, J. Math. Phys. **24**, 1405 (1983).
27. *The Painlevé property, one century later*, ed. by R. Conte, CRM series in mathematical physics, Springer, N.Y. (1999).