

Форма «Т». Титульный лист заявки в Российский научный фонд

Конкурс 2017 года «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами»

Название проекта Геометрическая теория колец и квантизация	Номер проекта 17-11-01377	
	Код типа проекта: ОНК(2)	
	Отрасль знания: 01	
	Основной код классификатора: 01-101 Дополнительные коды классификатора: 01-102 01-106	
	Код ГРНТИ 27.17.00	
Фамилия, имя, отчество (при наличии) руководителя проекта: Белов Алексей Яковлевич	Контактные телефон и e-mail руководителя проекта: +79266383211, belov.aia@mipt.ru	
Полное и сокращенное наименование организации, через которую должно осуществляться финансирование проекта: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (государственный университет)" МФТИ		
Объем финансирования проекта в 2017 г. 6000 тыс. руб.	Год начала проекта: 2017	Год окончания проекта: 2019
Фамилии, имена, отчества (при наличии) основных исполнителей (полностью)	Семенов Алексей Львович Елишев Андрей Михайлович Иванов-Погодаев Илья Анатольевич (руководитель проекта в данной графе не указывается)	
Гарантирую, что при подготовке заявки не были нарушены авторские и иные права третьих лиц и/или имеется согласие правообладателей на представление в Фонд материалов и их использование Фондом для проведения экспертизы и для обнародования (в виде аннотаций заявок).		
Подпись руководителя проекта _____ /А.Я.Белов/	Дата регистрации заявки 19 декабря 2016 г.	
Подпись руководителя организации _____ / _____ /		
Печать организации		

Форма 1. Сведения о проекте

1.1. Название проекта

на русском языке

Геометрическая теория колец и квантизация

на английском языке

Geometric Ring Theory and Quantization

1.2. Приоритетное направление развития науки, технологий и техники в Российской Федерации, критическая технология:

Указывается согласно перечню (Указ Президента Российской Федерации от 7 июля 2011 года №899) в случае, если тематика проекта может быть отнесена к одному из приоритетных направлений, а также внести вклад в развитие критических технологий Российской Федерации.

1.3. Ключевые слова (*приводится не более 15 терминов*)

на русском языке

Универсальная алгебра, комбинаторная теория колец, аффинная алгебраическая геометрия, полиномиальные автоморфизмы, проблема Якобиана, квантизация, нестандартный анализ, комбинаторика слов, символическая динамика, разрешимость логических теорий, конечно порожденное тело, малые сокращения.

на английском языке

Universal Algebra, Combinatorial Ring Theory, Affine Algebraic Geometry, Polynomial Automorphisms, Quantization, Combinatorics of Words, Symbolic Dynamics, Finitely Generated Skew Field, Small Cancellation Theory.

1.4. Аннотация проекта (*объемом не более 2 стр.; в том числе кратко – актуальность и научная новизна*)

Данная информация может быть опубликована на сайте Фонда в информационно-коммуникационной сети «Интернет».

на русском языке

Проблематика, посвященная связям логики и алгебраической геометрии (в том числе некоммутативной) представляется чрезвычайно интересной и важной. В то же время, как нам представляется, ей не уделено должного внимания в силу разных обстоятельств, в том числе не вполне академических. Например, весьма популярны задачи о классификации алгебраических многообразий. И естественно возникает вопрос об алгоритмической разрешимости проблемы изоморфизма двух алгебраических многообразий над полем комплексных чисел. Даны два ассоциативно коммутативных кольца, заданные образующими и соотношениями. Как проверить, изоморфны ли они?

Представляется понятным, как показать алгоритмическую неразрешимость проблемы вложимости аффинной прямой в алгебраическое многообразие. Это связано с решением системы уравнений над кольцом многочленов. Что касается общей задачи, то здесь следует заметить, что рациональные многообразия связаны с системами уравнений в рациональных функциях и эту идею можно распространять на иные классы. Универсальная алгебраическая геометрия, развитая школой Б.И. Плоткина (в особенности Ц. Селой) и школой В.Н. Ремесленникова, относящаяся к уравнениям в полугруппах и свободных алгебрах) может оказаться полезной. Чрезвычайно важным вопросом является вопрос о геометрической нетеровости свободной алгебры. Верно ли, что любая система уравнений в свободной алгебре следует из конечной подсистемы?

Вопросы, относящиеся к алгоритмическим проблемам и одновременно к алгебраической геометрии, возникают при исследовании базисов алгебр. Пусть A -- ассоциативная алгебра над

полем k с упорядоченными образующими a_1, \dots, a_s . Порядок на образующих индуцирует порядок на множестве слов (сперва по длине, потом лексикографически). Нормальным базисом называется множество слов, не представимых в виде линейной комбинации меньших. Вопросы, связанные с устройством такого базиса, чрезвычайно важны в алгебре и имеют связи с логикой и алгебраической геометрией. Если в алгебре выполнено тождество степени n , то нормальный базис состоит из кусочно периодических слов, каждый кусок периода не выше n , общее число кусков не превосходит константы H универсальной для всех элементов нормального базиса, именуемой высотой алгебры в смысле Ширшова. Базисом Ширшова называется такое множество Y , что A порождается как векторное пространство множеством произведений вида $y_1^{k_1} \cdots y_m^{k_m}$ где $m \leq H$. В связи с теоремой Ширшова о высоте возникают вопросы: как устроены базисы Ширшова? Как оценить H ? Каким может быть множество векторов степеней (k_1, \dots, k_m) ?

Все эти вопросы содержательно связаны с алгебраической геометрией и математической логикой. Например, если алгебра A мономиальна (т.е. соотношения имеют вид $v=0$, где v -- слово) и представима (вкладывается в алгебру матриц над кольцом многочленов), то множество векторов степеней для нормального базиса можно полностью описать. Оно есть дополнение до множества решений системы экспоненциально диофантовых уравнений, причем эта система может быть взята произвольно. Из этого следует, что проблема изоморфизма двух мономиальных подалгебр алгебры матриц над кольцом многочленов заданных образующими, алгоритмически неразрешима над полем характеристики ноль.

Однако над полем положительной характеристики эта проблема алгоритмически разрешима.

Рассмотрим систему

$$\sum_{i=1}^n c_{i1} x_1 \cdots c_{it} x_t = 0,$$
 где c_{ij} многочлены.

Если коэффициенты c_{ijk} принадлежат полю положительной характеристики (или даже матрицы над ним) то проблема нахождения решения алгоритмически разрешима. Более того, множество решений допускает описание. Пусть $\langle n_1, \dots, n_t \rangle$ есть решение системы. Обозначим $\overline{\langle \alpha \rangle_i}$ набор $\langle n_1^{i_1}, \dots, n_t^{i_t} \rangle$, где n^{i_j} есть i_j -я цифра p -ичного разложения числа n . Рассмотрим слово $\overline{\langle \alpha \rangle_0} \cdots \overline{\langle \alpha \rangle_q}$ на алфавите из p^t символов.

Множество слов, отвечающих решениям системы образует регулярный язык, который вычисляется. Аналогичным образом, последовательность элементов $\{a_i\}$ конечного поля F является формальным рядом Тейлора для алгебраической функции тогда и только тогда, когда существует конечный автомат, читающий p -ичное разложение числа n и вычисляющий a_n ($p = \text{Char}(F)$) (классическая теорема), имеется и обобщение этого утверждения на случай многих переменных. Доказательство этого утверждения перекликается с доказательством гипотез Вейля. У авторского коллектива имеется подход, позволяющий посмотреть с этой точки зрения на проблему представимости алгебраической функции в виде суперпозиции алгебраических функций меньшего числа переменных на уровне ростков.

Комбинаторные соображения вместе с теорией моделей позволяют продвинуться в аффинной алгебраической геометрии, в частности в проблеме якобиана. Если редуцировать алгебру дифференциальных операторов по модулю p , то возникает центр, над которым она становится нетеровым модулем. При редукции по модулю бесконечно большого простого p на центре возникают скобки Пуассона $\{P, Q\} = [\hat{P}, \hat{Q}]/p$, где \hat{P} есть подъем в нулевую характеристику. В квантизационной теореме Концевича для пуассоновой структуры на $A[[\hbar]]$ определяется структура $*$ при этом $x^*y \equiv xy \pmod{\hbar}$ и $(x^*y - y^*x)/\hbar \equiv \{x, y\} \pmod{\hbar}$. Отметим что бесконечно большое простое играет роль постоянной Планка \hbar . Эндоморфизм алгебры Вейля индуцирует полиномиальный симплектоморфизм, сохраняющий объемы. Отсюда

следует эквивалентность гипотез Диксмье и Якобиана, установленная в работах Цучимото, а также А.Я. Белова и М.Л. Концевича. В этой связи возникают задачи на стыке теории моделей. Ряд таких задач был поставлен в работах М.Л.Концевича. Например, А.Я. Беловым и А.М. Елишевым показано, что этот гомоморфизм не зависит от выбора бесконечно большого числа \aleph_α .

Ряд алгебраических теорем и доказательств оказывается тесно связанным с квантованием. Например, в основе конструкции алгебраически замкнутого тела Макар-Лиманова над полем нулевой характеристики лежит деформированное умножение Мойала--Вейля (см. работы П.С.Колесникова). Теорема Бергмана о централизаторе (максимальная коммутативная подалгебра свободной ассоциативной алгебры изоморфна кольцу многочленов от одной переменной) также, по всей видимости, допускает "квантовое" доказательство. Скобки Пуассона существенно используются в доказательстве Умирбаева и Шестакова проблемы Нагаты (автоморфизм Нагаты является диким).

Квантовыми аналогами теоретико-групповых конструкций служат кольцевые конструкции. В настоящей заявке мы фокусируемся именно на эффектах "квантовой взвеси". Одно из центральных мест в теории групп занимает теория гиперболических групп, включающая в себя теорию групп с малыми сокращениями. Актуальной является задача построения ее кольцевого аналога (определенные идеи на эту тему есть у М.Л. Громова, частное сообщение). Имеется обширная проблематика, с этим связанная, изложенная в частности, в Днестровской тетради. Перечислим лишь несколько наиболее актуальных проблем. Во-первых - это проблема Кете, утверждающая будет ли сумма двух правых ниль-идеалов ниль идеалом (см. https://en.wikipedia.org/wiki/Koethe_conjecture). Во вторых это одна из проблем А.Г. Куроша - построение бесконечномерного тела, конечно порожденного как кольцо (поле рациональных функций как кольцо очевидным образом не конечно порождено). Наиболее трудной представляется другая проблема Куроша - знаменитый вопрос о конечно порожденном бесконечномерном теле все элементы которого алгебраичны. Данная проблематика обсуждается в том числе и в обзоре А. Смоктунович <http://www.math.bas.bg/serdica/2001/2001-159-170.pdf>.

Близкой по духу является тематика, связанная с построением конечно определенных объектов в общей алгебре, активно пропагандировавшаяся В.Н. Латышевым. После построения А.Я. Беловым и И.А. Ивановым-Погодаевым конечно определенной бесконечной ниль-полугруппы с тождеством $x^9=0$ (проблема Шеврина-Сапира, поставленная, в том числе и в Свердловской тетради) естественно возникают вопросы, относящиеся к "квантизации" этой проблемы или проблеме Латышева о конечно определенном ненильпотентном ниль кольце, являющиеся квантовым аналогом соответствующих полугрупповых вопросов. Возможно, это прольет некоторый свет и на групповую тематику, ибо путем присоединения единицы к ниль кольцу над полем положительной характеристики строится периодическая группа.

Построение разного рода "алгебраических монстров" может быть интересно отнюдь не только само по себе, но прежде всего с точки зрения теоретической информатики. Проблема Шеврина-Сапира имеет значение в computer science -- буква алфавита символизирует конечный автомат, а слово -- цепочку локально взаимодействующих автоматов. Задача состоит в координации поведения системы автоматов при обратимых преобразованиях из любых начальных состояниях. Автоматный подход оказался эффективен в решении ряда задач, а здесь - наоборот, встает вопрос о применении геометрического метода и идей полугрупповой и ее "квантового аналога", к -- кольцевой конструкции (когда и если она возникнет) к теоретической информатике. Данный сюжет перекликается с идеями П. Гатча, Г.Л. Курдюмова и Л.А. Левина и о поведении систем конечных автоматов на прямой. Представляется интересным и важным применить

геометрические методы, позволяющие переходить от одномерного к многомерному случаю для прояснения знаменитой теоремы П. Гатча -- примера двух случайно эволюционирующих стационарных систем клеточных автоматов на прямой с разными статистиками (positive rates conjecture). Наше внимание сфокусировано именно на квантовых аспектах.

Исследование подстановочных систем и морфических последовательностей имеет фундаментальное значение. Через подстановки, в частности, очень часто задаются фракталы. В этой связи возникают алгоритмические вопросы связанные с распознаванием изоморфизма языков, связанных с такими системами. Даны две HDOLL-системы, генерирующие два сверхслова W_1 и W_2 . Проверить равенство W_1 и W_2 , а также совпадение множеств подслов. Другой достаточно интересной задачей является гипотеза Пизо. А.Я.Беловым и И.В. Митрофановым получена теорема типа теоремы Вершика--Лившица дающую критерий того, что почти периодическое сверхслово задается HDOLL-системой (первое продвижение по этой проблеме было в 1986 году). Это позволило И.В. Митрофанову решить известные проблемы, поставленные А.А. Мучником, Ю.Л. Притыкиным, А.Л. Семеновым -- установить алгоритмическую разрешимость проверки периодичности а также почти периодичности HDOLL-системы. Аналогичный результат был независимо получен F. Durand'ом. Создание Ф. Руховичем компьютерной системы, помогающей находить индукцию Розы и тем самым доказывать фрактальность позволила Ф. Руховичу найти аперриодическую точку во внешнем биллиарде вокруг правильного 12-угольника и полностью исследовать правильный восьмиугольник. Нас интересуют прежде всего теоретико числовые аспекты, связанные с различными версиями обобщений теории цепных дробей.

на английском языке

Issues pertaining to the connection between mathematical logic on the one hand and (non-commutative) algebraic geometry on the other are of tremendous interest and importance to modern algebra. However, as it seems, the relevant field of study remains relatively unexplored by mathematical community, for various reasons. A great deal of effort, for instance, is invested into the problem of classification of algebraic varieties. This topic, vast as it is, naturally contains the (more common to the discourse of logicians) question of algorithmic decidability of the problem of isomorphism of two complex algebraic varieties. Dual to this problem is the decidability of isomorphism recognition for commutative associative rings specified by a set of generators and identities.

Another geometric problem coming from logic is the decidability of the affine line embedding into a given variety. At the moment this problem seems to be within our grasp. The method employed is connected with solving systems of equations over polynomial rings. Regarding the general setting of rational varieties, a straightforward connection with systems of equations in rational functions may be exploited and extended to other classes of problems. Universal algebraic geometry, as developed by the school of B.I. Plotkin (especially Z. Sela) and the school of V.N. Remeslennikov, is related to equations over semigroups and free algebras and may be of good use. Yet another question of significant importance is the problem of geometric Noetherian properties of free algebras and may be formulated as follows: is it true that any system of equations over a free algebra follows from a finite subsystem?

The study of algebraic varieties and the study of algorithms intersect at inquiries into bases of associative algebras. Let A be such an algebra over a field k , and let $a_1 \prec \dots \prec a_s$ be an ordered set of its generators. The order relation on the set of generators induces an ordering on the set of words made up of these generators (the words are ordered according to their length, words of equal length are ordered lexicographically). A normal basis is a set of words which cannot be represented as a linear combination of smaller words, in the sense of the ordering. Questions concerning structure and property

of such normal bases are of immense importance in algebra and are closely related to mathematical logic and algebraic geometry. If in an algebra, there is an identity of degree n , then the normal basis consists of piecewise periodic words, each piece being of period not greater than n , and the total number of pieces is bounded by a constant H which is universal for all elements of the normal basis and is called Shirshov's height of the algebra. A Shirshov's basis is a set Y such that A is generated as a vector space by the set of elements of the form $y_1^{k_1} \cdots y_m^{k_m}$ with $m \leq H$. In connection with Shirshov's height theorem the following questions arise. What can be said about the structure of Shirshov's basis? How can one provide an estimate for Shirshov's height? What are the possible sets of tuples of degrees (k_1, \dots, k_m) ?

These questions are in a substantial way related to algebraic geometry and logic. For example, if an algebra A is a monomial algebra (that is, this algebra's identities are of the form $\sum v_i = 0$, where v_i is a word) and if, further, A is representable (i.e. can be embedded in an algebra of matrices with polynomial entries), then the set of degree tuples for a given normal basis can be described: its complement is the set of solutions of a system of exponential diophantine equations, moreover this system of equations can be taken arbitrarily. Using this result, one can show that the isomorphism problem for two monomial subalgebras of a matrix algebra with polynomial entries is algorithmically undecidable in characteristic zero.

On the other hand, in positive characteristic this problem turns out to be decidable. Consider the system $\sum_{i=1}^n P_{ij}(x_1, \dots, x_t) c_{ij}^{n_1} \cdots c_{ijt}^{n_t} = 0$, where P_{ij} are polynomials. If the coefficients c_{ijk} are elements of a field of positive characteristic (or even matrices over one), then the solution search problem is decidable. Furthermore, the set of solutions admits the following description. Let $\langle n_1, \dots, n_t \rangle$ be a solution to the system. Denote by $\overline{\{\alpha\}_i}$ the collection $\langle n_1^{\alpha_i} \cdots n_t^{\alpha_i} \rangle$, where n^{α_i} is the i -th number in the p -ary decomposition of n . Consider the word $\overline{\{\alpha\}_0} \cdots \overline{\{\alpha\}_q}$ in an alphabet of p^q letters. The set of words corresponding to solutions of the system then forms a regular computable language. Similarly, a sequence of elements $\{a_i\}$ of a finite field F is realized as the set of coefficients in a formal Taylor series of an algebraic function if and only if there exists a finite-state machine on the p -ary decomposition of n that computes a_n (this is a classical result, which also admits a generalization to the case of multiple variables). The proof of that result resembles the proof of Weil conjectures. Our group has devised an approach, based on the application of that result, to the problem of impossibility of representing an algebraic function as a composition of algebraic functions of fewer variables at the local (germ) level.

Combinatorial analysis together with modulo infinite prime reduction (which is an anti-quantization, of sorts) has enabled us to obtain deep results in the theory of polynomial automorphisms and algebraic D -modules. The modulo infinite prime reduction allows one to generate additional canonical structures from the existing ones, such as in the case of the Weyl algebra, when the usual operator commutator generates a Poisson bracket on the center via the formula $\{P, Q\} = [\hat{P}, \hat{Q}] / p$ (\hat{P} stands for the preimage in characteristic zero). In the well-known quantization theorem of Kontsevich, Poisson structures on $A[[\hbar]]$ determine associative deformed products \ast such that $x \ast y \equiv xy \pmod{\hbar}$ и $(x \ast y - y \ast x) / \hbar \equiv \{x, y\} \pmod{\hbar}$. In the positive characteristic case the role of Planck's constant \hbar is played by the infinite prime. This enables one to construct the following, rather surprising, correspondence: an endomorphism of the n -th Weyl algebra induces a polynomial symplectomorphism of the affine space of dimension $2n$, which is invertible if and only if the endomorphism is an automorphism. This in turn has led Y. Tsuchimoto, and independently A. Ya. Belov and M.L. Kontsevich, to prove stable equivalence between a conjecture of J. Dixmier on Weyl algebra endomorphisms and Keller's celebrated Jacobian conjecture. The theory of anti-quantization, as described above, relies heavily on model-theoretic constructs - a circumstance which prompts one to

ask whether the correspondences arising from it are independent of the choice of non-constructible objects (such as ultrafilters and infinite primes). In the case of the Tsuchimoto--Belov--Kontsevich morphism, A.Ya Belov and A.M. Elishev have managed to prove such independence property.

Several theorems and proofs of algebraic nature turn out to be closely related to quantization. For instance, L. Makar-Limanov's construction of an algebraically closed skew field over a field of characteristic zero is based on the use of the Moyal-Weyl product (cf. the work of P.S. Kolesnikov). Also it would seem that Bergman's theorem on the centralizer (which states that the maximal commutative subalgebra of the free associative algebra is isomorphic to the polynomial ring in one variable) admits a quantization-based proof. Poisson structures are used extensively in the proof by Umirbaev and Shestakov of the wildness of the Nagata automorphism.

Ring constructions serve as the quantum analogue of group-theoretic constructions. One of the central roles in group theory is played by the theory of hyperbolic groups, which contains in itself the study of groups satisfying small cancellation conditions. An interesting open problem is to construct its analogue for rings (several ideas on the matter have been suggested by M.L. Gromov, private communication). A wide variety of problems related to the subject in question was systematized and published in the well-known Dniestr Notebook of unsolved problems in the theory of rings and modules. We mention a few open problems of substantial importance. Firstly, the Koethe conjecture, which asks whether the sum of two right nil ideals is a nil ideal (cf. https://en.wikipedia.org/wiki/Koethe_conjecture). Secondly, a problem posed by A.G. Kurosh: construct an infinite-dimensional skew field which is finitely generated as a ring (observe that the field \mathbb{Q} of rational numbers is evidently not finitely generated as a ring). Finally, arguably the toughest problem is also due to Kurosh - a well-known question about finitely generated infinite-dimensional skew field, all whose elements are algebraic. These problems are covered, for instance, in the review by A. Smoktunovicz (<http://www.math.bas.bg/serdica/2001/2001-159-170.pdf>).

Of similar flavor is the problem of construction of examples of finitely presented objects in universal algebra, which was actively popularized by V.N. Latyshev. After the successful construction by A.Ya. Belov and I.A. Ivanov-Pogodaev of an example of finitely presented infinite nil semigroup with identity $x^9=0$ (the Shevrin--Sapir problem, which was posed in the Sverdlovsk Notebook), questions arise in a natural way related to the quantization of this problem as well as to Latyshev's problem on finitely presented non-nilpotent nil ring, which are quantum analogs of corresponding problems in semigroup theory. It is possible that our line of research may gain insight on problems in group theory, for a periodic group is constructed by adjoining a unit to a nil ring over a field of positive characteristic.

Construction of various "algebraic monsters", while a problem of its own merit, possesses much substance in computer science. Take the case of the Shevrin -- Sapir problem: the letter in an alphabet corresponds to a finite automaton, while a word in the alphabet corresponds to a chain of locally interacting automata. The problem is then in coordinating the behavior of the system of automata under invertible transformations subject to arbitrary initial conditions. The automata approach has proven its effectiveness in resolving a number of problems; in our case, conversely, the problem reduces to application of geometric methods, as well as tools from the theory of semigroups (and its quantum analogue, whenever it emerges) to topics in computer science. This approach overlaps with ideas of P. Gacs, G.L. Kurdyumov, and L.A. Levin, as well as with the problem of describing the behavior of finite automata on a line. It is a problem of considerable interest and importance to apply the geometric methods, which allow extension of the one-dimensional case to the multidimensional one, in order to gain insight into the well-known Positive Rates Conjecture of Gacs, which gives an example of two randomly evolving stationary systems of cellular automata on a line with distinct statistics.

The inquiry into substitution dynamical systems and morphic sequences is of profound significance. Fractals, for instance, are fairly often defined by specification of a substitution system. In connection to this, questions emerge pertaining to language isomorphism recognition algorithms. For two HDOLL-systems, which generate two superwords W_1 and W_2 , the problem then is checking the equality $W_1=W_2$, as well as verifying that the sets of subwords coincide. Another rather interesting problem is given by the Pisot conjecture.

A.Ya. Belov jointly with I.V. Mitrofanov have developed an analog of the Vershik-Livshitz theorem, giving a criterion for definability of an almost periodic superword by an HDOLL-system. This result enabled I.V. Mitrofanov to solve famous problems posed by A.A. Muchnik, Yu.L. Pritykin, A.L. Semyonov, namely to establish algorithmic undecidability of checking periodicity as well as almost periodicity of an HDOLL-system. (An analogous result was independently obtained by F. Durand.) The development by F. Rukhovich of a computer program which can search for Rauzy induction and thus prove the fractal property has enabled Rukhovich to discover an aperiodic point in the outer billiard of the regular dodecagon, as well as study the case of regular octagon. We are first and foremost interested in the number-theoretic side of the problem which in this case emerges as various generalizations of continued fractions theory.

1.5. Ожидаемые результаты и их значимость (указываются ожидаемые результаты и их научная и общественная значимость (оценка соответствия запланированных результатов мировому уровню исследований, возможность практического использования запланированных результатов проекта в экономике и социальной сфере))

Данная информация может быть опубликована на сайте Фонда в информационно-коммуникационной сети «Интернет» на русском языке

1. Предполагается доказать алгоритмическую неразрешимость проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие. Предполагается работать над алгоритмической неразрешимости проблемы изоморфизма двух алгебраических многообразий.
2. Планируется продолжить исследования по проблеме Якобиана. Планируется доказать гипотезу Концевича о естественной изоморфности групп полиномиальных симплектоавтоморфизмов и автоморфизмов алгебр Вейля через Ind -схемы а также работать над иными задачами.
3. Предполагается доказать теорему о свободе для произвольного поля (теорема о свободе означает, что если к свободной алгебре добавить образующую и соотношение, в котором она участвует, то на старые образующие никаких соотношений не наложится).
4. Планируется получить несколько доказательств теоремы о рядах Тейлора алгебраических функций по модулю p , получить теоремы о старших и предстарших членах элементов подкольца. Планируется работать над проблемой суперпозиции.
5. Предполагается написать текст доказательства проблемы Кете. Планируется работать над вопросами геометрической теории колец а также над проблемой Латышева.
6. Предполагается доказать алгоритмическую разрешимость проблемы изоморфизма языков, заданных HDOLL-системами, а также проблему равенства соответствующих сверхслов.

на английском языке

1. Proof of algorithmic undecidability of the problem of embedding of the affine line into an algebraic

variety, as well as obtain several related results.

2. Research on the Jacobian conjecture. Proof of Kontsevich's isomorphism conjecture (the group of polynomial symplectomorphisms of $2n$ -dimensional affine space over \mathbb{C} and the group of the n -th Weyl algebra automorphisms are naturally isomorphic to each other) via Ind -schemes. Work on related problems.

3. Proof of the freeness theorem for an arbitrary field (which states that if one adjoins a generator to a free algebra, together with an identity involving that generator, then no new identities are induced between initial generators).

4. Construction of several proofs of the theorem regarding Taylor series of algebraic functions modulo \mathfrak{p} , proof of propositions for leading and subleading terms of appropriate subrings. Work on the superposition problem.

5. Proof and exposition of the Koethe conjecture. Research on geometric ring theory and Latyshev's problem.

6. Proof of algorithmic decidability of the isomorphism problem for languages specified by HDOLL-systems, as well as decidability of the superword equality problem.

1.6. В состав научного коллектива будут входить:

Несоответствие состава научного коллектива (в том числе отсутствие информации в соответствующих полях формы) требованиям пункта 12 конкурсной документации является основанием недопуска заявки к конкурсу.

10 исполнителей проекта (включая руководителя),

Вне зависимости от того, в трудовых или гражданско-правовых отношениях исполнители состоят с организацией.

В том числе:

7 исполнителей в возрасте до 39 лет,

из них:

5 очных аспирантов, адъюнктов, интернов, ординаторов, студентов.

1.7. Планируемый состав научного коллектива с указанием фамилий, имен, отчеств (при наличии) членов коллектива, их возраста на момент подачи заявки, ученых степеней, должностей и основных мест работы, формы отношений с организацией (трудовой договор, гражданско-правовой договор) в период реализации проекта

Белов Алексей Яковлевич, федеральный профессор математики, д.ф.-м.н., главный научный сотрудник МФТИ, руководитель проекта.

Семенов Алексей Львович, академик РАН, профессор, д.ф.-м.н.

Иванов-Погодаев Илья Анатольевич, к.ф.-м.н., н.сотр. МФТИ

Митрофанов Иван Викторович

Елишев Андрей Михайлович, аспирант МФТИ,

Рухович Филипп Дмитриевич, аспирант МФТИ.

Гусев Даниил, аспирант МФТИ

Кондакова Елизавета Григорьевна, студент МФТИ

Чиликов Алексей Анатольевич, к.ф.-м.н.

Карпушкин Даниил, студент МФТИ

Турбин Максим, студент МФТИ

1.8. Планируемый объем финансирования проекта по годам:

Несоответствие планируемого объема финансирования проекта (в том числе отсутствие информации в соответствующих полях формы) требованиям пункта 10 конкурсной документации является основанием недопуска заявки к конкурсу.

2017 г. – 6000 тыс. рублей,

2018 г. – 6000 тыс. рублей,

2019 г. – 6000 тыс. рублей.

1.9. Научный коллектив по результатам проекта в ходе его реализации предполагает опубликовать в рецензируемых российских и зарубежных научных изданиях не менее

Приводятся данные за весь период выполнения проекта. Уменьшение количества публикаций (в том числе отсутствие информации в соответствующих полях формы) по сравнению с порогом, установленным в п. 16.2 конкурсной документации является основанием недопуска заявки к конкурсу.

20 публикаций,

из них:

15 в изданиях, индексируемых в базах данных «Сеть науки» (Web of Science) или «Скопус» (Scopus);

15 в изданиях, учитываемых РИНЦ,

1 монография.

1.10. Число публикаций членов научного коллектива, опубликованных в период с 1 января 2012 года до даты подачи заявки,

111, из них:

26 – опубликованы в изданиях, индексируемых в Web of Science или в Scopus.

1.11. Планируемое участие научного коллектива в международных коллаборациях (проектах) (при наличии).

Предполагается совместная работа со специалистами по символической динамике и теории чисел из Lumini, с профессором Ecole Normale Supérieure Анной Эршлер (по итерационным тождествам в группах), сотрудничество с проф. Ch. Goodman-Strauss, с Агатой Смоктунович из университета Эдинбурга, И. Рипсом и Ц. Селой из Израиля.

Руководитель проекта подтверждает, что

- все члены научного коллектива (в том числе руководитель проекта) удовлетворяют пунктам 6, 7, 13 конкурсной документации;
- на весь период реализации проекта он будет состоять в трудовых отношениях с организацией;
- при обнародовании результатов любой научной работы, выполненной в рамках поддержанного Фондом проекта, он и его научный коллектив будут указывать на получение финансовой поддержки от Фонда и организацию, а также согласны с опубликованием Фондом аннотации и ожидаемых результатов поддержанного проекта, соответствующих отчетов о выполнении проекта, в том числе в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»;
- помимо гранта Фонда проект не будет иметь других источников финансирования в течение всего периода практической реализации проекта с использованием гранта Фонда;
- проект не является аналогичным по содержанию проекту, одновременно поданному на конкурсы научных фондов и иных организаций;
- проект не содержит сведений, составляющих государственную тайну или относимых к

охраняемой в соответствии с законодательством Российской Федерации иной информации ограниченного доступа;

- доля членов научного коллектива в возрасте до 39 лет включительно в общей численности членов научного коллектива будет составлять не менее 50 процентов в течении всего периода практической реализации проекта;
- он будет представлять ежегодный отчет о выполнении проекта.

Подпись руководителя проекта _____ /А.Я.Белов/

Сведения о руководителе

2.1. Фамилия, имя, отчество (при наличии)

на русском языке

Белов Алексей Яковлевич

на английском языке фамилия и инициалы

Belov A.Y.

2.2. Дата рождения (указывается цифрами – число, месяц, год)

09.06.1963

2.3. Гражданство

РОССИЯ

2.4. Ученая степень, год присуждения

В случае наличия нескольких ученых степеней, указывается та из них, которая наиболее соответствует тематике проекта.

Доктор физико-математических наук, 2002

2.5. Награды и премии за научную деятельность, членство в ведущих научных сообществах (при наличии), участие в редколлегиях ведущих рецензируемых научных изданий (при наличии), участие в оргкомитетах или программных комитетах известных международных конференций, иной опыт организации международных мероприятий
Федеральный профессор математики

2.6. Основное место работы на момент подачи заявки – должность, полное наименование организации (сокращенное название организации)

Руководитель проекта может на момент подачи заявки не являться сотрудником организации, но, в случае победы в конкурсе, должен заключить с ней трудовой договор.

главный научный сотрудник, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (государственный университет)" (МФТИ)

2.7. Область научных интересов – ключевые слова (приводится не более 15 ключевых слов)

на русском языке

Проблема Шпехта, гипотеза Диксмье, проблема Якобиана, PIP-алгебра, универсальная алгебра, комбинаторная теория колец, афинная алгебраическая геометрия, полиномиальные автоморфизмы, квантизация, комбинаторика слов, символическая динамика, конечно порожденное тело, малые сокращения, самозаклинивающиеся структуры, комбинаторная геометрия

на английском языке

Specht problem, Dixmiere conjecture, PI-algebra, Jacobian Conjecture interlocking structures, finitely generated skew field, small cancellation

2.8. Область научных интересов – коды по классификатору Фонда

01-114 01-106 01-104 01-101 01-102

2.9. Перечень публикаций руководителя проекта, опубликованных в период с 1 января 2012 года до даты подачи заявки, подтверждающий выполнение условия пункта 9 конкурсной документации

Достаточно привести ссылки на публикации в количестве, равном установленному в конкурсной документации порогу. Несоответствие количества публикаций (в том числе отсутствие информации в соответствующих полях формы), приводимое в перечне и/или численно в строке ниже, требованиям пункта 9 конкурсной документации является основанием недопуска заявки к конкурсу.

на английском языке

Для русскоязычных названий сведения приводятся на русском языке и в переводе на английский. При этом должно быть понятно, что речь идет об одном и том же документе (например, добавляйте слово «перевод»).

1. Alexei Kanel-Belov, Andrey Elishev, “On Planar Algebraic Curves and Holonomic D-modules in Positive Characteristic”, *Journal of Algebra and Its Applications*, 15:8 (2016), 16 pages , arXiv: 1412.6836
2. Alexei Kanel-Belov, Sergey Malev, Louis Rowen, “The images of multilinear polynomials evaluated on 3×3 matrices”, *Proc. of the Amer. Math. Soc.*, 44:1 (2016), 7–19.
3. Alexei Kanel-Belov, Yakov Karasik, Louis Halle Rowen, *Computational Aspects of Polynomial Identities: Volume I, Kemer's Theorems*, 2nd Edition, Monographs and Research Notes in Mathematics., Boca Raton, FL: CRC Press, 2016, ISBN: 978-1-4987-2008-3 , 418 pp.
<https://www.crcpress.com/Computational-Aspects-of-Polynomial-Identities-Volume-I-Kemers-Theorems/Belov-Karasik-Rowen/9781498720083>
4. E. Aljadeff, A. Kanel-Belov and Y. Karasik, “Kemer's theorem for affine PI algebras over a field of characteristic zero”, *J. Pure and Appl. Alg.*, 220:8, August (2016), 2771–2808 (Published online) , arXiv: 1502.04298
5. Alexey Kanel-Belov, Sergey Malev, Louis Rowen, “Power-central polynomials on matrices”, *Journal of Pure and Applied Algebra*, 220:6, publ online 30 dec. 15 (2016).2164–2176 , arXiv: 1310.1598
6. Gal Dor, Alexei Kanel-Belov, Uzi Vishne, *The Grassmann algebra in arbitrary characteristic and generalized sign*, 2015 , 25 pp., arXiv: 1501.02464
7. Alexei Belov-Kanel, Louis Rowen, Uzi Vishne, “Specht's problem for associative affine algebras over commutative Noetherian rings”, *Published electronically: April 3, 2015, Trans. Amer. Math. Soc.*, 367 (2015), 5553–5596 , arXiv: 1308.3055
8. Alexei Kanel-Belov, Andrey Elishev, *Independence of the B-KK Isomorphism of Infinite Prime*, 2015 , 13 pp., arXiv: 1512.06533
9. A.J.Kanel-Belov, V.Voronov, D.Cherkashin, *On the chromatic number of infinitesimal plane layer*, 2015 , 13 pp., arXiv: 1512.06444
10. А. Я. Белов, М. И. Харитонов, “Применение теоремы Дилуорса в оценках в теореме Ширшова о высоте”, *Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения (Тула, 21–25 апреля 2014)*, Материалы XII межд. конф., посв. 80-летию проф. В. Н. Латышева, <http://cheb.tsput.ru/conf/international/XII/program.php#rings>, Тул. гос. пед. ун-т им. Л. Н. Толстого, Тула, 2014, 149–150
11. И. А. Иванов-Погодаев, А. Я. Белов, “Построение конечно определенной ниль-полугруппы”, *Алгебра и теория чисел: современные проблемы и приложения (Тула, 21–25 апреля 2014)*, Материалы XII межд. конф., посв. 80-летию проф. В. Н. Латышева, <http://cheb.tsput.ru/conf/international/XII/>, Тул. гос. пед. ун-т им. Л. Н. Толстого, Тула, 2014, 30
12. Alexei Belov, Leonid Bokut, Louis Rowen, Jie-Tai Yu, “The Jacobian Conjecture, Together with Specht and Burnside-Type Problems”, *Automorphisms in Birational and Affine Geometry (Bellavista Relax Hotel, Levico Terme –Trento, October 29th – November 3rd, 2012, Italy)*, *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*, 79, Springer Verlag, 2014, 249–285 http://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-319-05681-4_15, arXiv: 1308.0674

13. Alexei Belov-Kanel, Antonio Giambruno, Louis Halle Rowen, Uzi Vishne, "Zariski Closed Algebras in Varieties of Universal Algebra", *Algebras and Representation Theory*, 17, December 2014:6 (2014), 1771–1783
 14. Ilya Ivanov-Pogodayev, Alexey Kanel-Belov, Construction of infinite finitely presented nilsemigroup, 2014 , 160 pp., 131 figures, in Russian, arXiv: 1412.5221
 15. Alexei Belov-Kanel, Louis H. Rowen and Uzi Vishne, "PI-varieties associated to full quivers of representations of algebras", *Trans. Amer. Math. Soc.*, 365:5 (2013), 2681–2722
 16. Kanel–Belov A., Rowen Louis H.; Vishne, Uzi, "Full exposition of Specht's problem.", *Serdica Math. J.*, 38 (2012), 313–370
 17. Kanel–Belov A., Rowen Louis H.; Vishne, Uzi, "Full quivers of representations of algebras", *Trans. Amer. Math. Soc.*, 364:10 (2012), 5525–5569 , arXiv: 1109.4916
 18. Kanel–Belov A., Eli Aljadeff, "Hilbert series of PI-relative free g-graded algebras are rational functions.", *Bull. London Math. Soc.*, 44:3 (2012), 520–532
 19. Kanel–Belov A., Malev S., Rowen Louis H., "The images of non-commutative polynomials evaluated on 2×2 matrices.", *Proc. Amer. Math. Soc.*, 140 (2012), 465–478
 20. А. Я. Белов, М. И. Харитонов, "Оценки высоты в смысле Ширшова и на количество фрагментов малого периода", *Фундамент. и прикл. матем.*, 17:5 (2012), 21–54 (*Journal of Mathematical Sciences*, September 2013, Volume 193, Issue 4, pp 493–515) А. Ya. Belov, M. I. Kharitonov, "Subexponential estimates in the height theorem and estimates on numbers of periodic parts of small periods", *J. Math. Sci.*, 193:4 (2013), 493–515
 21. А. Я. Белов, М. И. Харитонов, "Субэкспоненциальные оценки в теореме Ширшова о высоте", *Матем. сб.*, 203:4 (2012), 81–102 , arXiv: 1101.4909 А. Ya. Belov, M. I. Kharitonov, "Subexponential estimates in Shirshov's theorem on height", *Sb. Math.*, 203:4 (2012), 534–553 , arXiv: 1207.2987
 22. A.Belov-Kanel, Jie-Tai Yu., "Stable tameness of automorphisms of $F \langle x, y, z \rangle$ fixing z .", *Selecta Mathematica*, 18:4 (2012), 799–802 , arXiv: arXiv:1102.3292
 23. I. Ivanov-Pogodayev, A. Kanel-Belov,, "Construction of finitely presented infinite nil-semigroups.", Special session dedicated to prof. B.Plotkin, International Conference "Modern Algebra and Its Applications" (Batumi, September 2010), *Journal of Mathematical Sciences*, 186, no. 5, 2012, 751–752 (Translated from *Sovremennaya Matematika i Ee Prilozheniya (Contemporary Mathematics and Its Applications)*, Vol. 74, (Batumi, 2010), Part 1, 2011, 84–86., Georgian Science foundation)
- Перечень содержит 16 публикаций в изданиях, индексируемых в Web of Science, Scopus.

2.10. Основные научные результаты руководителя проекта за период с 1 января 2012 года (результаты должны подтверждаться сведениями из заявки, например - публикациями) на русском языке

1. Совместно с учеником И.А. Ивановым-Погодаевым построен пример конечно определенной бесконечной полугруппы, все элементы которой нильпотентны (индекса 9).
2. Совместно с И.А. Рипсом построено тело, конечно порожденное как кольцо. Приведен также

пример бесконечномерного тела, любые два некоммутирующих элемента которого все его порождают (монстра Тарского), и тем самым - бесконечного критического кольца.

3. Вместе с учеником И.В. Митрофановым получена теорема типа теоремы Вершика-Лившица дающую критерий того, что почти периодическое сверхслово задается HDOLL-системой (первое продвижение по этой проблеме было в 1986 году). Это позволило И.В.Митрофанову решить известные проблемы, поставленные А.А. Мучником, Ю.Л. Притыкиным, А.Л. Семеновым -- установить алгоритмическую разрешимость проверки периодичности а также почти периодичности HDOLL-системы. Аналогичный результат был независимо получен F. Durand.

4. Вместе с учеником А.М. Елишевым показано, что гомоморфизм между группой автоморфизмов алгебры Вейля и полиномиальными симплектоморфизмами не зависит от выбора бесконечно большого простого p (гипотеза Концевича). Вместе с J.- T. Yu показано, что z -автоморфизмы $K\langle x, y, z \rangle$ стабильно ручные.

5. Вместе с учеником М.И. Харитоновым были установлены субэкспоненциальные оценки по степени и линейные по числу образующих на индекс нильпотентности кольца с тождеством $x^n=0$ а также субэкспоненциальные оценки в теореме Ширшова о высоте.

6. Вместе с G. Dor и U. Vishne построена теория грассмановых алгебр над произвольным кольцом, включая поле характеристики 2.

7. Вместе с L.Rowen и С.Малевым решена Гипотеза Львова-Капланского для матриц второго порядка. Показано, что множество значений полилинейного полинома есть либо 0, либо бесследовые, либо скалярные либо все матрицы вообще. Для матриц третьего порядка установлена плотность образа u указанных пространствах если он не 3-скаляр, а также плотность в пространстве недиагонализуемых матриц.

на английском языке

1. With I.A. Ivanov-Pogodayev, the supervisor has solved the Shevrin – Sapir problem, having constructed a finitely presented infinite nil semigroup with identity $x^9=0$. This question was first formulated in the Sverdlovsk Notebook. To date, there are only a few known methods for constructing finitely presented objects. For construction of a nil semigroup, a new method has been developed utilizing aperiodic tilings. In particular, the words are considered as paths in a uniformly elliptical space of aperiodic nature, having some special features. The nil semigroup problem is also important in computer science: a letter denotes a finite automaton, and a word denotes a chain of locally interacting automata. The problem amounts to coordination of behavior of a system of automata under invertible transformations and arbitrary initial conditions.

2. Jointly with E.Rips, the supervisor has constructed an example of a skew field finitely generated as an algebra (Kurosh problem) . Also an example was constructed of an infinite-dimensional skew field generated by any two of its non-commuting elements (the Tarski monster), which gives an example of an infinite critical ring.

3. Together with I.V. Mitrofanov, A.Ya. Belov obtained a Vershik – Lifshitz-type theorem giving a criterion for definability of an almost periodic superword by an HDOLL-system. This result enabled I.V. Mitrofanov to solve famous problems posed by A.A. Muchnik, Yu.L. Pritykin, A.L. Semyonov , namely to establish algorithmic undecidability of checking periodicity as well as almost periodicity of an HDOLL-system. (An analogous result was independently obtained by F. Durand.)

4. In a joint work with A.M. Elishev, he has shown that a homomorphism between the automorphism group of the Weyl algebra and the group of polynomial symplectomorphisms is independent of choice of prime p , infinitely large in the sense of non-standard analysis (Kontsevich conjecture). Together with J.-T. Yu, he has shown that the zz -automorphisms of $K\langle x, y, z \rangle$ are stably tame.
5. Subexponential estimates for nilpotency index of nil algebras of index n (subexponential with respect to n , and linear with respect to the number of generators) have been obtained by the supervisor together with M.I. Kharitonov.
6. Together with G. Dor and U. Vishne, the supervisor has developed the theory of Grassmann algebras over arbitrary rings, including the case of characteristic 2.
7. In a joint effort with L. Rowen and S. Malev, the Lvov-Kaplansky conjecture has been proven for matrices of second order (image of multilinear polynomial is either 0, traceless matrices, scalar matrices, or everything). For third order matrices, it has been demonstrated that if the image contains non-scalar elements with non-zero trace, then it is dense (also dense in the set of non-diagonalizable matrices).

2.11. Общее число публикаций за период с 1 января 2012 года - 101, из них:

22 - опубликованы в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus.

2.12. Дополнительный список публикаций руководителя проекта за последние 5 лет (монографии, результаты интеллектуальной деятельности, имеющие правовую охрану, публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, публикации в изданиях, индексируемых в системах цитирования Web of Science, Scopus, приводится не более 10 публикаций, при наличии публикации в сети Интернет указывается ссылка на нее (обязательно для публикаций в индексируемых изданиях), указывается, при наличии, импакт-фактор научного издания (по JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition))

Пункт не является обязательным к заполнению. Могут приводиться публикации, свидетельствующие о научной квалификации и достижениях руководителя проекта, за исключением публикаций, указанных в п. 2.9 настоящей формы.
на английском языке

1. Kanel-Belov Alexei, "On geometric ring theory", Det. of Math. and Applications, Irreg. Seminar (3 мая 2016, ENS, Paris, France), eds. Laurent Bartoldi, ENS, 2016. http://www.math.ens.fr/-Seminars-?id_seance=489
2. Eliyah Rips - Construction of skew fields using geometric methods. (Joint work with A.Kanel-Belov) Growth, Symbolic Dynamics and Combinatorics of Words in Groups (1–5 June 2015 École normale supérieure, Paris), eds. A. Erschler, H. Helfgott, K. Juschenko, ENS, Paris, <http://www.math.ens.fr/groupdyn/abstracts2.pdf>
<https://www.youtube.com/watch?v=x0iDUm2LIGQ>
3. Alexey Kanel-Belov, Ivanov-Pogodaev, "Construction of infinite finitely presented nilsemigroup", Growth, Symbolic Dynamics and Combinatorics of Words in Groups (1–5 June 2015 École normale supérieure, Paris), eds. A. Erschler, H. Helfgott, K. Juschenko, ENS, Paris, 2015, 5, 6
http://www.math.ens.fr/groupdyn/abstracts_posters_only.pdf
4. A. Ya. Belov, I. V. Mitrofanov, A. B. Skopenkov, A. A. Chilikov, S. V. Shaposhnikov, 13ya Problema Gilberta o superpozitsiyakh funktsii, <http://www.turgor.ru/lktg/2016/5/index.htm>, Rossiiskaya akademiya nauk / Russian Academy of Sciences Departament obrazovaniya goroda Moskvyy / Moscow Department of Education Moskovskii tsentr nepreryvnogo matematicheskogo obrazovaniya / Moscow Center for

Continuous Mathematical Education Fakultet matematiki NIU VShE / The faculty of mathematics of the NRU HSE Skolkovskii Institut Nauki i Tekhnologii / Skolkovo Institute of Science and Technology Moskovskii fiziko-tehnicheskii institut / Moscow Institute of Physics and Technology Institut programm, 2016 (Published online) , 28-ya letnyaya konferentsiya mezhdunarodnogo matematicheskogo Turnira gorodov, The 28th Summer conference of the International mathematical Tournament of towns, Pereslavl-Zalesskii, Yaroslavskaya oblast, Rossiya / 02.08.2016–11.08.2016

5. A. S. Malistov, A. Ya. Belov–Kanel, I. A. Ivanov–Pogodaev, Zamknutyie marshruty i algoritmy segmentatsii izobrazhenii., <http://www.turgor.ru/lktg/2015/1/index.htm>, 27 summer conference International mathematical Tournament of towns, 2015 (Published online) , Rossiiskaya akademiya nauk / Russian Academy of Sciences Departament obrazovaniya goroda Moskvyy / Moscow Department of Education Moskovskii tsentr nepreryvnogo matematicheskogo obrazovaniya / Moscow Center for Continuous Mathematical Education Adygeiskii gosudarstvennyi universitet / Adyghe State University

6. A. Ya. Belov-Kanel, I. A. Gazhur, I. A. Ivanov-Pogodaev, A. S. Malistov, Algoritmy i labirinty, <http://www.turgor.ru/lktg/2014/2/index.htm>, Rossiiskaya akademiya nauk / Russian Academy of Sciences Departament obrazovaniya goroda Moskvyy / Moscow Department of Education Moskovskii tsentr nepreryvnogo matematicheskogo obrazovaniya / Moscow Center for Continuous Mathematical Education, "Tsentr razvitiya odarennykh detei" (Kaliningradskaya oblast, Ushakovo), 2014 , 26-ya letnyaya konferentsiya mezhdunarodnogo matematicheskogo Turnira gorodov, 26 summer conference International mathematical Tournament of towns, Kaliningrad-Ushakovo, Rossiya / Kaliningrad-Ushakovo, Russia, 02.08.2014–11.08.2014

7. T. Fernique, I. Ivanov-Pogodaev, A. Belov, I. Mitrofanov, Aperiodichnye zamoscheniya, <http://www.turgor.ru/lktg/2013/2/index.htm>, 2013 , Rossiiskaya akademiya nauk, Departament obrazovaniya goroda Moskvyy, Moskovskii tsentr nepreryvnogo matematicheskogo obrazovaniya, Zhurnal "Kvant", 25-ya letnyaya konferentsiya mezhdunarodnogo matematicheskogo Turnira gorodov Borovka, Belarus / 04.08.2013–12.08.2013; 25 summer conference International mathematical Tournament of towns Borovka, Belarus, 04.08.2013–12.08.2013 Aperiodic tilings. http://lipn.univ-paris13.fr/~fernique/info/turgorod_rus2.pdf

2.13. Опыт участия и/или руководства научными проектами (указываются наименования фондов (организаций), номера, названия проектов и сроки выполнения за последние 5 лет)

1. Israel Science Foundation, (соруководитель)
2016--2020, ``Maps of simple groups and algebras over valued rings and fields", No 1623/16.

2. Israel Science Foundation, (соруководитель)
2012--2016, ``Polynomial equations and identities in groups, associative algebras and Lie algebras", No 1207/12.

3. Грант РФФИ, No 14-01-00548, Комбинаторика слов и символическая динамика.
(руководитель)

4. Israel Science Foundation, (соруководитель)
2006--2010, ``Identities of algebras", No 1178/06.

5. РФФИ, исследования в алгебре и топологии, грант РФФИ 08-01-91300-IND\$!_a\$
Заявка № 17-11-01377 Страница 17 из 53

(исполнитель).

В том числе в проектах, финансируемых РФФ (при наличии)

2.14. Планируемое участие в научных проектах (в любом качестве) в 2017 году

Общее количество – 3,
из них: руководство – 3, участие в качестве исполнителя – 0,
а именно:

Грант РФФИ по комбинаторике слов и динамическим системам, Israel Science Foundation,
(со-руководитель)
2016--2020, "Maps of simple groups and algebras over valued rings and fields",
No 1623/16, грант РФФ.

(указываются в том числе грантодатели или заказчики проектов и источник финансирования, например – государственное задание учредителя, гранты РФФИ, РФФ, ФПИ, РФФ, иных фондов, государственный контракт (заказчик, программа), иной хозяйственный договор, иные гранты и субсидии).

2.15. Доля рабочего времени, которую планируется выделить на руководство данным проектом в случае победы в конкурсе Фонда

60 процентов

Имеется в виду – от полной занятости в рамках трудовых или гражданско-правовых правоотношений, т.е. занятость в свободное от основной работы время также должна учитываться.

2.16. Предполагаемая форма трудовых отношений с организацией, через которую будет осуществляться финансирование

Организация будет являться основным местом работы: да;

Трудовой договор по совместительству: нет;

Трудовой договор о дистанционной работе: нет.

2.17. Участие в образовательной деятельности (указывается информация о руководстве аспирантами, разработке и чтении новых образовательных курсов в российских и зарубежных вузах)

В настоящее время имею троих аспирантов. Филиппа Руховича, Андрея Елишева, Даниила Гусева, руковожу также студентами: Даниилом Карпушкиным, Елизаветой Кондаковой, Иваном Решетниковым, Максимом Турбиным, Master programm Фаррох Разавиния

Курсы: Алгебраическая геометрия (совместно с А.Елишевым), комбинаторика слов (совместно с А.Елишевым), Methods in problem solving (at the Bar-Ilan University), курсы по подготовки команд Израиля и Южно Китайского университета на International Math competition for university students.

Полный список курсов см. <http://istina.msu.ru/workers/11618502>

2.18. Почтовый адрес

Москва, ул. Наташи Ковшовой д.23, кв. 81, 119361

2.19. Контактный телефон

+79266383211

2.20. Электронный адрес (E-mail)

belov.aia@mipt.ru

2.21. Участие в проекте

Руководитель проекта

2.22. Файлы с дополнительной информацией (резюме, другая дополнительная информация, которая, по мнению руководителя проекта, может быть полезна для принятия решения о целесообразности финансирования данного проекта)

В формате pdf, до 3 Мб

на русском языке

на английском языке Файл (en), скачать

С условиями конкурса Фонда (в том числе, с пунктами 6 и 7 конкурсной документации) ознакомлен и согласен. Подтверждаю свое участие в проекте.

Даю свое согласие на обработку (включающую сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение, использование, уничтожение) представленных мною выше персональных данных Российским научным фондом (адрес: 109240, г. Москва, ул. Солянка, д. 14, стр. 3) с целью проведения экспертизы заявки и подготовки аналитических материалов по конкурсам на срок до ликвидации оператора (Фонд). Данное согласие может быть отозвано мною в письменной форме. Заполнение является обязательным в соответствии с требованиями Федерального закона от 27.07.2006 г. №152-ФЗ «О персональных данных».

Удостоверяющий документ

(вид, номер, дата выдачи, выдавший орган, заполняется от руки)

Подпись руководителя проекта _____ /А.Я. Белов/

Сведения об основном исполнителе проекта

2.1. Фамилия, имя, отчество (при наличии)

на русском языке

Семенов Алексей Львович

на английском языке фамилия и инициалы

Semenov A.L.

2.2. Дата рождения (указывается цифрами – число, месяц, год)

13.10.1950

2.3. Гражданство

РОССИЯ

2.4. Ученая степень, год присуждения

В случае наличия нескольких ученых степеней, указывается та из них, которая наиболее соответствует тематике проекта.

Доктор физико-математических наук, 1984

2.5. Награды и премии за научную деятельность, членство в ведущих научных сообществах (при наличии), участие в редколлегиях ведущих рецензируемых научных изданий (при наличии)

Действительный член РАН, Действительный член РАО, лауреат премии президента РФ,

2.6. Основное место работы на момент подачи заявки – должность, полное наименование организации (сокращенное название организации)

профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова" (Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, МГУ имени М.В.Ломоносова, Московский университет или МГУ)

2.7. Область научных интересов – ключевые слова (приводится не более 15 ключевых слов)

на русском языке

комбинаторика слов, символическая динамика, разрешимость логических теорий, почти периодическая последовательность, морфическая последовательность, сложность последовательности, последовательность Туэ--Морса, последовательность Штурма.

на английском языке

Words combinatorics, symbolical dynamics, solvability of logical theories, almost periodic sequence, morphical sequence, complexity of sequence, Thue-Morse sequence, Sturmian sequence

2.8. Область научных интересов – коды по классификатору Фонда

01-101 01-102

2.9. Общее число публикаций за период с 1 января 2012 года - 6,

из них:

4 - опубликованы в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus.

2.10. Список публикаций основного исполнителя проекта за последние 5 лет (монографии, результаты интеллектуальной деятельности, имеющие правовую охрану, публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, публикации в изданиях, индексируемых в системах цитирования Web of Science, Scopus, приводится не более 10 публикаций, при наличии публикации в сети Интернет указывается ссылка на нее (обязательно для публикаций в индексируемых изданиях), указывается, при наличии, импакт-фактор научного издания (по JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition))

на английском языке

Для русскоязычных названий сведения приводятся на русском языке и в переводе на английский. При этом должно быть понятно, что речь идет об одном и том же документе (например, добавляйте слово «перевод»).

1. A. Semenov, S. Soprunov, V. Uspensky, "The lattice of definability. Origins, recent developments, and further directions", Computer science—theory and applications, Lecture Notes in Comput. Sci., 8476, Springer, Cham, 2014, 23–38

2. A combinatorial version of the Svenonius theorem on definability

Semenov Alexei, Soprunov Sergey

в журнале Logic Journal of the IGPL, Oxford University Press (United Kingdom), v 23, № 6, с. 966-975
2015

3. Definability lattice for addition of rationals. A.L. Semenov, S.F. Soprunov

(Submitted on 14 Jul 2015 (v1), last revised 29 Nov 2016 (this version, v2))

Cite as: arXiv:1507.03746 [math.LO] (or arXiv:1507.03746v2 [math.LO] for this version)

4. Lattice of relational algebras definable in integers with successor.

A.L. Semenov, S.F. Soprunov, (Submitted on 21 Jan 2012 (v1), last revised 3 Feb 2012 (this version, v3))

Cite as: arXiv:1201.4439 [math.LO] (or arXiv:1201.4439v3 [math.LO] for this version)

2.11. Опыт руководства научными проектами и участия в них (указываются наименования фондов (организаций), номера, названия проектов и сроки выполнения за последние 5 лет)

Ряд проектов РФФИ, МИНОБРНАУКИ

2.12. Планируемое участие в научных проектах (в любом качестве) в 2017 году

Общее количество – 2,

из них: руководство – 1, участие в качестве исполнителя – 1,

а именно:

(указываются в том числе грантодатели или заказчики проектов и источник финансирования, например – государственное задание учредителя, гранты РФФИ, РГНФ, ФГИ, РНФ, иных фондов, государственный контракт (заказчик, программа), иной хозяйственный договор, иные гранты и субсидии).

2.13. Доля рабочего времени, которую планируется выделить на участие в данном проекте в случае победы в конкурсе Фонда

40 процентов

Имеется в виду – от полной занятости в рамках трудовых или гражданско-правовых правоотношений, т.е. занятость в свободное от основной работы время также должна учитываться.

2.14. Участие в образовательной деятельности (указывается информация о руководстве аспирантами, разработке и чтении новых образовательных курсов в российских и зарубежных вузах)

профессор Мехмата МГУ, 23 года ректор ВУЗА

2.15. В 2015 или в 2016 годах участвовал в качестве руководителя проекта, финансируемого Фондом (руководителя направления комплексной научной программы организации) или исполнителя проекта, финансируемого Фондом в следующих проектах (при наличии):

Не участвовал

2.16. Контактный телефон, электронный адрес (E-mail)

+9031308734, alsemenov@mpgu.edu

2.17. Участие в проекте

Основной исполнитель проекта

С условиями конкурса Фонда (в том числе, с пунктами 6 и 7 конкурсной документации) ознакомлен и согласен. Подтверждаю свое участие в проекте.

Даю свое согласие на обработку (включающую сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение, использование, уничтожение) представленных мною выше персональных данных Российским научным фондом (адрес: 109240, г. Москва, ул. Солянка, д. 14, стр. 3) с целью проведения экспертизы заявки и подготовки аналитических материалов по конкурсам на срок до ликвидации оператора (Фонд). Данное согласие может быть отозвано мною в письменной форме. Заполнение является обязательным в соответствии с требованиями Федерального закона от 27.07.2006 г. №152-ФЗ «О персональных данных».

Удостоверяющий документ

(вид, номер, дата выдачи, выдавший орган, заполняется от руки)

Подпись исполнителя проекта _____ /А.Л. Семенов/

Сведения об основном исполнителе проекта

2.1. Фамилия, имя, отчество (при наличии)

на русском языке

Елишев Андрей Михайлович

на английском языке фамилия и инициалы

Elishev A.

2.2. Дата рождения (указывается цифрами – число, месяц, год)

15.06.1992

2.3. Гражданство

РОССИЯ

2.4. Ученая степень, год присуждения

В случае наличия нескольких ученых степеней, указывается та из них, которая наиболее соответствует тематике проекта.

2.5. Награды и премии за научную деятельность, членство в ведущих научных сообществах (при наличии), участие в редколлегиях ведущих рецензируемых научных изданий (при наличии)

2.6. Основное место работы на момент подачи заявки – должность, полное наименование организации (сокращенное название организации)

ассистент, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (государственный университет)" (МФТИ)

2.7. Область научных интересов – ключевые слова (приводится не более 15 ключевых слов)

на русском языке

Алгебраические D-модули, полиномиальные автоморфизмы, алгебра Вейля, Ind-схемы.

на английском языке

Algebraic D-modules, polynomial automorphisms, Weyl algebra, Ind-schemes.

2.8. Область научных интересов – коды по классификатору Фонда

01-106 01-103 01-113

2.9. Общее число публикаций за период с 1 января 2012 года - 3, из них:

1 - опубликована в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus.

2.10. Список публикаций основного исполнителя проекта за последние 5 лет (монографии, результаты интеллектуальной деятельности, имеющие правовую охрану, публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, публикации в изданиях, индексируемых в системах цитирования Web of Science, Scopus, приводится не более 10 публикаций, при наличии публикации в сети Интернет указывается ссылка на нее (обязательно для публикаций в индексируемых изданиях), указывается, при наличии, импакт-фактор научного издания (по JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition))

на английском языке

Для русскоязычных названий сведения приводятся на русском языке и в переводе на английский. При этом должно быть понятно, что речь идет об одном и том же документе (например, добавляйте слово «перевод»).

Alexei Kanel-Belov, Andrey Elishev, Independence of the B-KK Isomorphism of Infinite Prime, arXiv:1512.06533

Alexei Kanel-Belov, Andrey Elishev, On Planar Algebraic Curves and Holonomic D-modules in Positive Characteristic, arXiv:1412.6836, J. Alg. App. DOI: 10.1142/S0219498816501553

2.11. Опыт руководства научными проектами и участия в них (указываются наименования фондов (организаций), номера, названия проектов и сроки выполнения за последние 5 лет)

2.12. Планируемое участие в научных проектах (в любом качестве) в 2017 году

Общее количество – 2,
из них: руководство – 0, участие в качестве исполнителя – 2,
а именно:

Грант РФФИ по комбинаторике слов и динамическим системам, грант РНФ.

(указываются в том числе грантодатели или заказчики проектов и источник финансирования, например – государственное задание учредителя, гранты РФФИ, РГНФ, ФТИ, РНФ, иных фондов, государственный контракт (заказчик, программа), иной хозяйственный договор, иные гранты и субсидии).

2.13. Доля рабочего времени, которую планируется выделить на участие в данном проекте в случае победы в конкурсе Фонда

60 процентов

Имеется в виду – от полной занятости в рамках трудовых или гражданско-правовых правоотношений, т.е. занятость в свободное от основной работы время также должна учитываться.

2.14. Участие в образовательной деятельности (указывается информация о руководстве аспирантами, разработке и чтении новых образовательных курсов в российских и зарубежных вузах)

Курсы: Алгебраическая геометрия (совместно с А.Я. Беловым), комбинаторика слов (совместно с А.Я. Беловым)

2.15. В 2015 или в 2016 годах участвовал в качестве руководителя проекта, финансируемого Фондом (руководителя направления комплексной научной программы организации) или исполнителя проекта, финансируемого Фондом в следующих проектах (при наличии):

Не участвовал

2.16. Контактный телефон, электронный адрес (E-mail)

+79164239537, elishev@phystech.edu

2.17. Участие в проекте

Основной исполнитель проекта

С условиями конкурса Фонда (в том числе, с пунктами 6 и 7 конкурсной документации) ознакомлен и согласен. Подтверждаю свое участие в проекте.

Даю свое согласие на обработку (включающую сбор, систематизацию, накопление, хранение, уточнение, использование, уничтожение) представленных мною выше персональных данных Российским научным фондом (адрес: 109240, г. Москва, ул. Солянка, д. 14, стр. 3) с целью проведения экспертизы заявки и подготовки аналитических материалов по конкурсам на срок до ликвидации оператора (Фонд). Данное согласие может быть отозвано мною в письменной форме.

Заполнение является обязательным в соответствии с требованиями Федерального закона от 27.07.2006 г. №152-ФЗ «О персональных данных».

Удостоверяющий документ

(вид, номер, дата выдачи, выдавший орган, заполняется от руки)

Подпись исполнителя проекта _____ /А.М. Елишев/

Сведения об основном исполнителе проекта

2.1. Фамилия, имя, отчество (при наличии)

на русском языке

Иванов-Погодаев Илья Анатольевич

на английском языке фамилия и инициалы

Ivanov-Pogodaev I.A.

2.2. Дата рождения (указывается цифрами – число, месяц, год)

23.01.1980

2.3. Гражданство

РОССИЯ

2.4. Ученая степень, год присуждения

В случае наличия нескольких ученых степеней, указывается та из них, которая наиболее соответствует тематике проекта.

Кандидат физико-математических наук,

2.5. Награды и премии за научную деятельность, членство в ведущих научных сообществах (при наличии), участие в редколлегиях ведущих рецензируемых научных изданий (при наличии)

2.6. Основное место работы на момент подачи заявки – должность, полное наименование организации (сокращенное название организации)

научный сотрудник, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (государственный университет)" (МФТИ)

2.7. Область научных интересов – ключевые слова (приводится не более 15 ключевых слов)

на русском языке

конечно-определенные полугруппы, конечно-определенные кольца, конечно-определенные группы, размерность Гельфанда–Кириллова, проблемы бернсайдовского типа

на английском языке

finitely presented semigroups, finitely presented rings, finitely presented groups, Gelfand-Kirillov dimension, Burnside-type problems

2.8. Область научных интересов – коды по классификатору Фонда

01-104 01-101 01-102

2.9. Общее число публикаций за период с 1 января 2012 года - 3, из них:

0 - опубликовано в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus.

2.10. Список публикаций основного исполнителя проекта за последние 5 лет (монографии, результаты интеллектуальной деятельности, имеющие правовую охрану, публикации в ведущих рецензируемых научных изданиях, публикации в изданиях, индексируемых в системах цитирования Web of Science, Scopus, приводится не более 10 публикаций, при наличии публикации в сети Интернет указывается ссылка на нее (обязательно для публикаций в индексируемых изданиях), указывается, при наличии, импакт-фактор научного издания (по JCR Science Edition или JCR Social Sciences Edition))

на английском языке

Для русскоязычных названий сведения приводятся на русском языке и в переводе на английский. При этом должно быть понятно, что речь идет об одном и том же документе (например, добавляйте слово «перевод»).

2. I. Ivanov-Pogodaev, S. Malev {it Finite Groebner basis algebra with unsolvable nilpotency problem and zero divisors problem.} Journal of Algebra and Its Applications, 2016, отправлена в печать. Препринт:

Заявка № 17-11-01377 Страница 26 из 53

arXiv:1606.01566.

3. I. Ivanov-Pogodaev, S. Malev {lit A construction of a finitely presented semigroup containing nonnilpotent nil ideal.} International Journal of Algebra and Computation, 2016, отправлена в печать.
Препринт:1612.03965

2.11. Опыт руководства научными проектами и участия в них (указываются наименования фондов (организаций), номера, названия проектов и сроки выполнения за последние 5 лет)

2.12. Планируемое участие в научных проектах (в любом качестве) в 2017 году

Общее количество – 2,
из них: руководство – 0, участие в качестве исполнителя – 2,
а именно:

Грант РФФИ, грант РНФ.

(указываются в том числе грантодатели или заказчики проектов и источник финансирования, например – государственное задание учредителя, гранты РФФИ, РГНФ, ФПИ, РНФ, иных фондов, государственный контракт (заказчик, программа), иной хозяйственный договор, иные гранты и субсидии).

2.13. Доля рабочего времени, которую планируется выделить на участие в данном проекте в случае победы в конкурсе Фонда

60 процентов

Имеется в виду – от полной занятости в рамках трудовых или гражданско-правовых правоотношений, т.е. занятость в свободное от основной работы время также должна учитываться.

2.14. Участие в образовательной деятельности (указывается информация о руководстве аспирантами, разработке и чтении новых образовательных курсов в российских и зарубежных вузах)

Я преподаю олимпиадную математику в школе.

В сентябре 2016 года мной была организована, проведена и проверена Открытая олимпиада по математике для 5-8 классов в г. Жуковском

2.15. В 2015 или в 2016 годах участвовал в качестве руководителя проекта, финансируемого Фондом (руководителя направления комплексной научной программы организации) или исполнителя проекта, финансируемого Фондом в следующих проектах (при наличии):

Не участвовал

2.16. Контактный телефон, электронный адрес (E-mail)

+79251123240, ivanov-pogodaev@mail.ru

2.17. Участие в проекте

Основной исполнитель проекта

С условиями конкурса Фонда (в том числе, с пунктами 6 и 7 конкурсной документации) ознакомлен и согласен. Подтверждаю свое участие в проекте.

Даю свое согласие на обработку (включающую сбор, систематизацию, накопление, хранение,

уточнение, использование, уничтожение) представленных мною выше персональных данных Российским научным фондом (адрес: 109240, г. Москва, ул. Солянка, д. 14, стр. 3) с целью проведения экспертизы заявки и подготовки аналитических материалов по конкурсам на срок до ликвидации оператора (Фонд). Данное согласие может быть отозвано мною в письменной форме. Заполнение является обязательным в соответствии с требованиями Федерального закона от 27.07.2006 г. №152-ФЗ «О персональных данных».

Удостоверяющий документ

(вид, номер, дата выдачи, выдавший орган, заполняется от руки)

Подпись исполнителя проекта _____ **/И.А. Иванов-Погодаев/**

Форма 3. Сведения об организации

собираются автоматически на основе регистрационных данных организации, через которую будет осуществляться финансирование ("Форма Т")

3.1. Полное наименование (приводится в соответствии с регистрационными документами)

федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (государственный университет)"

3.2. Сокращенное наименование

МФТИ

3.3. Наименование на английском языке

Moscow Institute of Physics and Technology (State University)

3.4. Организационно-правовая форма (указывается по ОКОПФ)

Автономные некоммерческие организации

3.5. Форма собственности (указывается по ОКФС)

Государственная собственность

3.6. Ведомственная принадлежность

Министерство образования и науки РФ

3.7. ИНН, КПП

5008006211, 772701001

3.8. Адрес

117303, г. Москва, ул. Керченская, д. 1А, корп.1

3.9. Фактический адрес

141700, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9

3.10. Субъект Российской Федерации

Московская обл

3.11. Должность, фамилия, имя, отчество (при наличии) руководителя организации

ректор, Кудрявцев Николай Николаевич

3.12. Контактный телефон

+74954085700

3.13. Электронный адрес (E-mail)

rector@mipt.ru

Руководитель организации подтверждает, что:

- ознакомлен с условиями конкурса Фонда и согласен на финансирование проекта, в случае его поддержки, через организацию;
- согласен с пунктами 8, 14, 33 конкурсной документации, иными условиями конкурса;
- организация исполняет обязательства по уплате налогов в бюджеты всех уровней и обязательных платежей в государственные внебюджетные фонды, платежеспособна, не находится в процессе ликвидации или реорганизации, не признана несостоятельной (банкротом), на ее имущество не наложен арест и ее экономическая деятельность не приостановлена;
- в случае признания заявки победителем организация берет на себя следующие обязательства:
 - заключить с членами научного коллектива гражданско-правовые или трудовые (срочные трудовые) договоры;
Если таковые не заключены ранее.
 - по поручению руководителя научного коллектива выплачивать членам научного

- коллектива вознаграждение за выполнение работ по проекту;
- о ежегодно представлять отчет о целевом использовании гранта Российского научного фонда.

Руководитель организации гарантирует:

- что общий размер ежегодного вознаграждения члена научного коллектива не будет превышать 30 процентов от суммы ежегодного вознаграждения всем членам научного коллектива;
Включая установленные законодательством Российской Федерации гарантии, отчисления по страховым взносам на обязательное пенсионное страхование, на обязательное медицинское страхование, на обязательное социальное страхование на случай временной нетрудоспособности и в связи с материнством, на обязательное социальное страхование от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний.
- что общий размер ежегодного вознаграждения членов научного коллектива в возрасте до 39 лет включительно не будет меньше 35 процентов от суммы ежегодного вознаграждения всех членов научного коллектива;
- предоставление научному коллективу помещения, доступа к имеющейся экспериментальной базе для осуществления научного исследования.

Подпись руководителя организации (уполномоченного представителя, действующего на основании доверенности), **печать организации.**

В случае подписания формы уполномоченным представителем организации (в т.ч. – руководителем филиала) к печатному экземпляру заявки прилагается доверенность (копия доверенности, заверенная печатью организации).

_____/_____/_____
М.П.

Форма 4. Содержание проекта

4.1. Научная проблема, на решение которой направлен проект

на русском языке

Исследование вопросов, относящихся к взаимосвязи между алгебраической геометрией, квантованием и математической логикой.

на английском языке

Research on problems related to algebraic geometry, quantization, and mathematical logic and their interconnections.

4.2. Актуальность проблемы для данной отрасли знаний, научная значимость решения проблемы

на русском языке

Перечислим лишь несколько наиболее актуальных проблем (в частности, упомянутых в «Днестровской тетради» - классическом в нашей стране и за рубежом источнике проблематики в данной области).

Во-первых, это знаменитая гипотеза Якобиана. Будет ли полиномиальное отображение с единичным якобианом обратимым?

Хотя сама гипотеза Якобиана далека от своего решения, сопутствующие ей методы и подходы являются чрезвычайно ценными. Например, так называемое антиквантование -- редукция кольца дифференциальных операторов по модулю бесконечно большого простого и изучение скобок Пуассона на центре.

Во-вторых, это проблема подъема -- любой ли \mathbb{Z} -автоморфизм (т.е. автоморфизм сохраняющий \mathbb{Z}) кольца $k[x, y, z]$ можно поднять до автоморфизма свободной ассоциативной алгебры (дикий \mathbb{Z} -автоморфизм до \mathbb{Z} -автоморфизма не поднимается, согласно результату А.Я. Белова и J.-Т. Ю).
 Υ).

В третьих, это проблема алгоритмической разрешимости изоморфизма двух алгебраических многообразий.

В четвертых, это проблема построения аналога алгебраически замкнутого тела Макар-Лиманова, теорема о свободе и другие вопросы, связанные с квантизацией.

В-пятых это проблема о суперпозиции алгебраической функции функциями меньшего числа переменных на уровне ростков.

И, наконец это проблемы канонической формы, в частности, проблема Кете: будет ли сумма двух правых ниль-идеалов ниль-идеалом? (см. https://en.wikipedia.org/wiki/Koethe_conjecture) а также проблема А.Г. Куроша - построение бесконечномерного тела, конечно порожденного как кольцо (поле рациональных функций как кольцо очевидным образом не конечно порождено). Наиболее трудной представляется другая проблема Куроша - знаменитый вопрос о существовании конечно порожденного бесконечномерного тела, все элементы которого

алгебраичны. Данная проблематика обсуждается в том числе и в обзоре А. Смоктунович <http://www.math.bas.bg/serdica/2001/2001-159-170.pdf>.

Представляется возможным продвижение и в решении проблемы Латышева о конечно определенном ненильпотентном ниль кольце. Предполагается применение построенных методов к решению ряда задач математической логики и теории алгоритмов, в частности в анализе примера П.Гача двух случайно эволюционирующих стационарных систем клеточных автоматов на прямой с разными статистиками (positive rates conjecture).

Исследование подстановочных систем и морфических последовательностей также имеет фундаментальное значение. Через подстановки, в частности, очень часто задаются фракталы. В этой связи возникают алгоритмические вопросы, связанные с распознаванием изоморфизма языков, связанных с такими системами: даны две HDOLL-системы, генерирующие два сверхслова W_1 и W_2 , нужно проверить равенство W_1 и W_2 , а также совпадение множеств подслов. Актуальна также задача доказательства подстановочности фактор-динамики при конечнолистном накрытии, связанной с переключиванием отрезков в свете попыток решить гипотезу Пизо (если собственные числа матрицы связанной с подстановкой есть числа Пизо, то динамика получается из сдвига тора <http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2010/384/presentations/Akiyama.pdf>). Естественно стараться показать периодичность возникающих здесь схем Рози.

Будет продолжено изучение логических теорий возникающих в данном контексте систем символической динамики, а также пространств выразимости.

на английском языке

We mention several open problems of priority importance (which have been formulated and published in the well-known Dniestr Notebook of unsolved problems in the theory of rings and modules).

First, the celebrated Jacobian conjecture, which asks whether an arbitrary polynomial local diffeomorphism is invertible. While this problem itself is currently far from its resolution, methods associated to it are of considerable value. One such method is the anti-quantization procedure -- reduction of a ring of differential operators modulo infinite prime and study of Poisson structures emerging on the center of the image.

Second, the lifting problem -- can a k -automorphism (i.e. an automorphism which stabilizes k) of the ring $k[x,y,z]$ be lifted to an automorphism of the free algebra? (If such an automorphism is wild, then, according to a result of A.Ya. Belov and J.-T. Yu, it cannot be lifted).

Third, the problem of algorithmic decidability of the isomorphism problem for two algebraic varieties.

Fourth, the problem of construction of an analogue of an algebraically closed skew field, as developed by Makar-Limanov; related to this is the freeness theorem and several other questions on quantization.

Fifth, the local (germ) version of the superposition problem for algebraic functions.

Finally, various problems associated to the canonical form, in particular the Koethe conjecture, which asks whether a sum of two right nil ideals is nil, as well as two problems of A.G. Kurosh: construction of an infinitely-dimensional skew field which is a finitely generated algebra (the field of rational numbers is evidently not a finitely-generated \mathbb{Z} -algebra), and the well-known problem of existence of a

finitely generated infinite-dimensional skew field, all whose elements are algebraic. The latter problem is covered in a review by A. Smoktunowicz (<http://www.math.bas.bg/serdica/2001/2001-159-170.pdf>).

We believe it is possible to make progress toward the resolution of Latyshev's problem on finitely presented non-nilpotent nil ring. We plan to apply the methods developed in this area to solving a number of problems in mathematical logic and algorithm theory, particularly to analysis of Gacs's Positive Rates Conjecture (an example of two randomly evolving stationary systems of cellular automata on a line with distinct statistics).

The inquiry into substitution dynamical systems and morphic sequences is also of profound significance. Fractals, for instance, are fairly often specified by a substitution system. In connection to this, questions emerge pertaining to language isomorphism recognition algorithms. For two HDOLL-systems, which generate two superwords W_1 and W_2 , the problem then is checking the equality $W_1=W_2$, as well as verifying that the sets of subwords coincide. Furthermore, also relevant is the problem of study of quotient dynamics for a finite-sheet covering, which is connected to the interval exchange transform as well as the Pisot conjecture (if the eigenvalues of the matrix corresponding to the substitution are given by Pisot numbers, then the dynamical system is given by the shift of a torus, cf. <http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2010/384/presentations/Akiyama.pdf>). It is a natural desire to try and prove periodicity of Rauzy schemes occurring in this discourse.

The study of logical theories emerging in the context of symbolic dynamics, as well as spaces of expressibility, is expected to be resumed.

4.3. Конкретная задача в рамках проблемы, на решение которой направлен проект, ее масштаб

на русском языке

Основными задачами данного исследования являются:

1. Исследование Ind -схем и проблемы подъема групп полиномиальных автоморфизмов.
2. Исследование рядов Тейлора алгебраических функций в свете задачи о композиции функций.
3. Исследование уравнений в алгебраических системах в свете задачи об алгоритмической неразрешимости проблемы изоморфизма двух многообразий.
4. Построение кольцевых (квантовых) аналогов для геометрической теории групп, в частности, гиперболических групп, а также для конструкций связанных с построением конечно определенной бесконечной ниль-полугруппы и их квантового аналога.

на английском языке

The main objectives of the present research are:

1. Inquiry into Ind -schemes and the lifting problem for groups of polynomial automorphisms.
2. Inquiry into the problem of Taylor series for algebraic functions and their connection to the superposition problem.
3. Research of algebraic systems and algorithmic undecidability of the isomorphism problem for two

algebraic varieties.

4. Development of ring (quantum) analogs of geometric and hyperbolic group theory. Inquiry into structures related to the construction of finitely presented infinite nil semigroup.

4.4. Научная новизна поставленной задачи, обоснование достижимости решения поставленной задачи и возможности получения запланированных результатов на русском языке

Полученные лично руководителем проекта результаты, перечисленные в разделе «Основные научные результаты руководителя проекта за период с 1 января 2012 года» и развитые для их получения методы позволяют надеяться на решение ряда перечисленных в разделе «Актуальность проблемы для данной отрасли знаний, научная значимость решения проблемы» проблем теории колец и аффинной алгебраической геометрии, или достигнуть существенного прогресса в их решении.

1. Руководитель проекта совместно с М.Л. Концевичем (и с другой стороны, Цучимото) разработал подход к теории D -модулей, гипотезе Якобиана и смежным вопросам (например, относящихся к универсальным обертывающим алгебрам конечномерных алгебр Ли), связанным с редукцией по модулю бесконечно большого простого числа и изучением скобок Пуассона на центрах получившихся образований.

Благодаря квантизационному подходу удается решить ряд задач в теории колец или получить альтернативные доказательства. Накопилось достаточное количество примеров связанных с использованием квантизации.

2. Бесконечномерный аналог групп Ли, в отличие от конечномерного случая, могут быть особыми многообразиями в каждой точке. Непосредственный подход, связанный с аппроксимацией (например ручными преобразованиями) в проблемах аффинной алгебраической геометрии обычно не работает, в частности он не работает в проблеме Якобиана. Например, у двух "изоморфных" бесконечномерных групп могут оказаться неизоморфные алгебры Ли, по крайней мере при наивном их определении. Это имеет место для группы автоморфизмов плоскости сохраняющих площадь и у группы автоморфизмов алгебры Вейля W_1 . Руководитель проекта разработал метод, позволяющий в некоторых случаях контролировать эти явления.

3. Благодаря техники уравнений в универсальных алгебрах, разработанной в школе Б.И. Плоткина, В.Н. Ремесленникова удается исследовать алгоритмические проблемы, связанные с вложимостью алгебраических многообразий.

4. Квантовыми аналогами теоретико-групповых конструкций служат кольцевые конструкции. Одно из центральных мест в теории групп занимает теория гиперболических групп, включающая в себя теорию групп с малыми сокращениями. Актуальной является задача построения ее кольцевого аналога (определенные идеи на эту тему есть у М.Л. Громова, частное сообщение).

Полугрупповые конструкции существенно проще кольцевой и групповой тематики, а зачастую предшествуют ей. Основная трудность в решении проблемы Шеврина-Сапира состоит в том, что вычислительный процесс, призванный определить периодический участок s (возможно) большим периодом, с неизбежностью может начинаться в любом месте. Но тогда возникает проблема наложения процессов, которую удалось решить путем перехода к высшей размерности. На плоскости можно представить бесконечный "лист" с системой прожилок, по которым идут

вычислительные процессы. Когда две прожилки встречаются, известно какая главная, а какая - второстепенная и некоторая информация о соотношении рангов. Прожилки оказываются размеченными, а эта разметка облегчает организацию вычислительных процессов. В проблеме Латышева о ниль кольце возникают "квантовые взвеси состояний", и сами определяющие соотношения разбиваются на три группы: обеспечение того, чтобы слово кодировало последовательность плиток локально располагаемых на мозаике локально геодезическим образом, соотношения перекидывания (rewriting rules), позволяющие восстанавливать вокруг пути участок мозаики, и соотношения, задающие "квантовые" машины, работающие на векторах оттенков. Сама проблема Латышева предшествует групповым вопросам, а ей предшествует решение вопросов поставленных Л.Н. Шевриным: может ли в конечно определенной бесконечной ниль полугруппе выполняться тождество $x^2=0$, а с другой стороны, могут ли индексы нильпотентности элементов расти неограниченно? Кроме того, проблеме Латышева предшествуют вопросы о контроле над нильпотентностью в кольцах, в частности, проблема Кете.

5. Руководитель проекта разработал технику доказательства конечной базируемости многообразий алгебр связанную с применением леммы Артина--Рисса и связанных с ней соображений. Руководитель проекта совместно с И. Рипсом и Ц. Селой разработал способ (основанный на рассмотрении вектора привилегированных членов), позволяющий увидеть, например, как соотношения $(x+\lambda y)^{100^n}$ не влекут нильпотентность $x+\delta y$ при $\delta \notin \{\lambda_i\}$. Это может дать ключ к решению проблемы Кете. При этом работает своего рода некоммутативное обобщение Леммы Артина--Рисса, связанное со сравнением идеалов на привилегированных членах и привилегированных членов идеала.

Что касается проблемы построения алгебраического бесконечномерного конечно порожденного тела, то ей предшествует проблема построения бесконечномерного конечно порожденного тела, а также проблема Кете, и перспективы здесь более отдаленные. Дело в том, что над конечным полем это утверждение неверно, а в процессе наложения соотношений алгебраичности возникает ситуация, когда мы должны рассматривать пространства, в которых уже наложены плохо контролируемые соотношения, и объект из этого пространства надо обратить. Тем не менее эта задача выглядит все же отнюдь не безнадежной (но в ближайшие 2-3 года преждевременной), и к ней можно вернуться после проработки вопросов, связанных с проблемой Кете.

6. Другим основанием для получения запланированных результатов служит тематика, связанная с построением конечно определенных объектов в общей алгебре, активно пропагандировавшаяся В.Н. Латышевым. После решения проблема Шеврина-Сапира, возникают вопросы, относящиеся к проблеме Латышева о конечно определенном нильпотентном ниль кольце. Возможно, полученные нами подходы, помогут и в случае групп, ибо путем присоединения единицы к ниль кольцу над полем положительной характеристики строится периодическая группа.

7. Чрезвычайно интересными и важными являются вопросы, связанные с подстановочными системами и перекидыванием отрезков. При этом работают теоремы типа теоремы Вершика--Лившица полученные руководителем проекта вместе с И.В. Митрофановым.

на английском языке

Results obtained by the supervisor of the project, as cited in Sections 2.9 and 2.10 of the present submission, along with proof techniques developed to that end, provide solid ground for attack on a number of open problems in ring theory and combinatorics of words outlined in Section 4.2. Significant advancements in the study of these problems - and quite possibly their full resolution - is expected.

1. The supervisor jointly with M. Kontsevich (and, independently, Tsuchimoto) have developed an approach to the theory of algebraic D -modules, the Jacobian conjecture and related problems (regarding, for instance, universal enveloping algebras of finite-dimensional Lie algebras), which uses modulo infinite prime reduction and properties of Poisson structures on centers of algebras obtained in this way.

The quantization approach has made it possible to solve a number of problems in ring theory, or obtain alternative proofs to already proven results. Accordingly, a sufficient amount of concrete examples related to the use of quantization has been accumulated.

2. Infinite-dimensional analogue of Lie groups, unlike the finite-dimensional case, may be singular at any its point. A straightforward approach which uses approximation (for example, approximation of automorphisms by tame automorphisms) to problems of affine algebraic geometry often loses validity; in particular, it fails when applied to the Jacobian conjecture. For instance, two "isomorphic" infinite-dimensional groups may have non-isomorphic Lie algebras -- at least when one uses their naive definition. One such example is given by the group of area-preserving automorphisms of the affine plane and the automorphism group of the first Weyl algebra. The supervisor has devised a method which allows one to handle this sort of phenomena in some instances.

3. Thanks to the technique from universal algebra due to B.I. Plotkin and V.N. Remeslennikov, one may inquire into algorithmic problems related to embedding of algebraic varieties.

4. Geometric constructs corresponding to rings serve as the quantum analogue of structures coming from group theory. One of the central roles in group theory is played by the theory of hyperbolic groups, which contains in itself the study of groups satisfying small cancellation conditions. An interesting open problem is to construct its analogue for rings (several ideas on the matter have been suggested by M.L. Gromov, private communication).

Semigroup constructs are substantially less difficult than those involving rings or groups, and in fact often precede those. The principal difficulty in the Shevrin -- Sapir problem, which has been overcome, lies in the fact that the computational process tasked with determining a periodic region with (possibly) large period, can, by the nature of the problem, commence at any arbitrary place. This prompts one to deal with the problem of process overlapping; this issue has been resolved by passing on to a higher-dimensional setting. In a plane one can consider an infinite "sheet" with a collection of streaks, which support the computational processes. Whenever two such streaks cross paths, which one of the two is principal and which one is secondary may be discerned, as well as some data regarding the ranks may be extracted. Thus the streaks admit a sort of marking, which simplifies the organization of the computational processes. In the context of Latyshev's problem on the nil ring there occur the so-called quantum suspension states, while the defining identities are partitioned into three classes: one class is put in place in order to make sure that the word encodes the sequence of tiles, locally placed on the tiling, in a locally geodesic manner; the second class handles the rewriting rules which enable reconstruction a region of the tiling along a given path; and finally, the class of identities defining quantum state machines, which act on the vector space of colors. The context of Latyshev's problem precedes that of group theory, and the problem itself is preceded by the resolution of the following question posed by L.N. Shevrin: can a finitely presented infinite nil semigroup admit the identity $x^2=0$, while having the indices of nilpotence of elements grow unbounded? The latter subject is generally related to the problem of controlling the nilpotence in rings, a particular case of which is the Koethe conjecture.

5. The supervisor has developed a technique of proof of the finite basis property of varieties of algebras, which relies on the application of Artin--Rees lemma. Together with E. Rips and Z. Sela, he has

developed a method (based on consideration of vectors of privileged terms), which allows one to deduce, for instance, why identities such as the one defined by a polynomial $(x + \lambda y)^{100^n}$ do not imply nilpotence of $x + \delta y$ with $\delta \notin \{\lambda_i\}$. This may yield clues to the solution of the Koethe conjecture. The key element of proof is given by a kind of non-commutative generalization of Artin--Rees lemma, which is related to the comparison of ideals on the leading terms and the leading terms in an ideal.

The problem of construction of an algebraic infinite-dimensional finitely generated skew field, on the other hand, is preceded by the problem of construction of an infinite-dimensional finitely generated skew field, as well as the Koethe conjecture. The prospects of successful resolution in this area seem more remote. The latter problem resolves negatively over a finite field, and when one attempts to impose algebraic identities, one finds himself in a situation where one has to process a space with already imposed - and poorly behaved - constraints, and produce an inverse to an element of such a space. Albeit hardly manageable in the nearest 2-3 years, this problem nevertheless looks far from being unassailable, so it will be practical to return to it once the Koethe problem and related topics are well understood.

6. Another basis for the achievement of the planned results comes from universal algebra and pertains to the problem of construction of finitely presented objects, which was actively popularized by V.N. Latyshev. After successful resolution of the Shevrin--Sapir problem, questions have been posed regarding Latyshev's problem about finitely presented non-nilpotent nil ring. It is possible that our line of research may gain insight on problems in group theory, for a periodic group is constructed by adjoining a unit to a nil ring over a field of positive characteristic.

7. Of great importance are questions related to substitution systems and interval exchange transformations. In this instance, theorems of Vershik--Livshitz type proved by the supervisor together with I. Mitrofanov, are required.

4.5. Современное состояние исследований по данной проблеме, основные направления исследований в мировой науке

на русском языке

Вопросы, связанные с квантизацией и алгебраической геометрией, имеют огромное значение в современной математике; в связи с этим наблюдается большая активность мирового математического сообщества в исследовании классических сторон данного направления. В то же время альтернативный взгляд (связанный с универсальной алгеброй) зачастую позволяет обнаружить принципиально новое. Например, классическая задача аффинной алгебраической геометрии об алгебраической изоморфности вложений аффинной прямой в трехмерное аффинное пространство над алгебраически замкнутым полем означает возможность или невозможность соответствующего абстрактного понятия узла (проблема Абьянкара).

Теорема об автоматном критерии того, является ли ряд Тейлора рядом Тейлора алгебраической функции позволяет взглянуть по-новому на результаты Делиня о рациональности дзета-функций и на проблему суперпозиции алгебраических функций.

Проблема алгоритмической неразрешимости наличия изоморфизма двух алгебраических многообразий дает также дополнительный взгляд на классическую алгебраическую геометрию.

Существенный прорыв в проблеме Якобиана был связан с появлением техники, связанной с редукцией алгебры Вейля по бесконечно большому простому с рассмотрением скобок Пуассона на возникающем центре. В дальнейшем последовали работы Т. Bitoun'a и М. Van den Berg'a об

инволютивности \mathbb{P}^1 -носителей и решение одной из гипотез Концевича C.Dodd'ом. Возникла техника работы с IND-схемами, основанная на изучении особенностей кривых и подъема.

"Квантовые" идеи, идущие свое происхождение из физики, оказываются полезными и в общей алгебре. Принципиальный прорыв во всей проблематике комбинаторной теории алгебраических систем был достигнут в основополагающей работе П.С. Новикова и С.И. Адяна по решению проблемы Бернсайда и последующих работах С.И. Адяна, где используется техника канонической формы. Эта техника была использована, в частности в решении И. Рипсом и А. Юхасом проблемы Плоткина – построения не локально разрешимой энгелевой группы индекса n (группы с тождеством $[\dots[x,y]\dots]=1$ (n раз) при достаточно большом n). Возникла теория групп с неположительной кривизны с флатами -- коммутирующими фрагментами, которая позволяет понять и кольцевой случай, ибо коммутирующие части ведут себя подобно сложению.

При этом важно подчеркнуть, что техника, связанная с т.н. базисами Гребнера (которые впервые появились у А.И. Ширшова при доказательстве алгоритмической разрешимости проблемы равенства с одним соотношением - результат, имеющий соответствие в теории групп) и Бриллиантовой леммой (долгое время существовавшей в фольклоре, особенно в Новосибирске), основана на работе со старшим членом, и принципиально недостаточна для этих задач. Например, члены у $(x+\lambda_i y)^n$ при разных λ_i устроены одинаково, различны только раскладки по коэффициентам.

Благодаря теоремам типа теоремы Вершика--Лившица и техники анализа графов Рози удалось решить задачи об алгоритмической разрешимости почти периодичности (равномерной рекуррентности) сверхслов, отвечающих подстановочным (HDOLL) системам. Дальнейшим шагом является проблема изоморфизма языков и проблема равенства сверхслов. Известно, что если все собственные числа, связанные с подстановкой есть числа Пизо, то соответствующее сверхслово задает динамику, связанную с конечным накрытием тора (см. например http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=rus&presentid=9416) (при этом не ясно, будет ли это накрытие само тором).

С другой стороны, доказано, что многие фракталы Рози порождаются перекладыванием отрезков. Критерий того, что почти периодическое (равномерно рекуррентное) сверхслово получено перекладыванием отрезков, в терминах графов Рози был получен А.Я. Беловым и А.Л. Чернятьевым.

на английском языке

Questions related to quantization in algebraic geometry are of great significance to modern mathematics; due to this fact there has been considerable investment on the part of the world mathematical community into the research on the classical aspects of this subject. At the same time an alternative approach (dictated by universal algebra and model theory) oftentimes enables one to discover new, previously unexplored phenomena, or gain a new perspective on already existing problems. For instance, the classical problem in affine algebraic geometry about isomorphism of embeddings of the affine line into three-dimensional affine space over an algebraically closed field translates into possibility of an algebraic concept of a knot (Abyankar's problem).

The automata criterion for a given formal Taylor series to be the Taylor series of an algebraic function enables one to obtain an alternative view on the classical results of Deligne on rationality of zeta-functions and on the superposition problem for algebraic functions.

The problem of algorithmic decidability of the isomorphism problem for two algebraic varieties delivers yet another example of model-theoretic viewpoint on algebraic geometry.

A significant breakthrough in the Jacobian problem was precipitated by the advent of modulo infinite prime reduction technique and the study of associated Poisson structures. This was followed by further work of T. Bitoun and M. Van den Bergh on involutive properties of the p -support of a D -module and most recently by an extensive inquiry of C. Dodd and his resolution of one of Kontsevich's correspondence conjectures. The necessity to study \mathbb{A}^1 -schemes, singularities, and lifting properties, has become apparent.

Quantum ideas stemming from mathematical physics turn out to be useful in universal algebra. The technique developed by Adian was used by E. Rips and A. Juhasz in their solution of Plotkin's problem on construction of not locally soluble Engel group of index n (a group with identity $[\dots[x,y]\dots]=1$ (n times commutator)) for large enough n . A theory of groups of non-positive curvature with flats - i.e. commuting fragments - has emerged. That theory allows for an understanding of the ring case as well, for the commuting fragments in effect exhibit additive-like behavior.

It is important to note that the Groebner basis method (first introduced by A.I. Shirshov in his proof of algorithmic decidability of the problem of equality with one identity - a result which admits reformulation in the domain of group theory) and the Buchberger algorithm (in particular the so-called Diamond Lemma, which for a long time was part of Novosibirsk's mathematical community folklore) are based on consideration of the leading term and are therefore insufficient to attack the problems in question. For example, the terms in $(x+\lambda_{iy})^n$ are similar for differing λ_i 's - distinct are merely the coefficients in the decomposition.

Thanks to theorems such as Vershik--Livshitz theorem and the analysis of Rauzy graphs the problem of algorithmic decidability of almost-periodicity (uniform recurrence) of superwords corresponding to substitution (HDOLL) systems has been successfully resolved. The next step is given by the problem of language isomorphism and the problem of superword equality. It is known that if all eigenvalues related to a substitution are Pisot numbers, then the corresponding superword defines the dynamics closely related to finite covering of the torus (cf. http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=rus&presentid=9416; it is, however, unclear whether the covering is itself a torus).

On the other hand, it has been demonstrated that many Rauzy fractals are generated by the interval exchange transform. The criterion for an almost periodic superword to be obtained by the interval exchange in terms of the Rauzy graphs was obtained by A.Ya. Belov (the supervisor) and A.L. Chernyatiev.

4.6. Основные мировые научные конкуренты

Конечно, конкуренция в науке имеет свои положительные стороны. В то же время не хотелось бы фиксировать свои отношения с тем или иным исследователем чисто как "конкурентные". Помимо конкуренции в одних вопросах, возможно сотрудничество в других. Укажем на некоторых специалистов, с которыми существенно пересекаются области исследования. Список далеко не полон. Отметим также, что со многими лицами вполне возможно сотрудничество.

1. Agata Smoktunowicz (University of Edinburgh, Великобритания)
2. Tom Lenagan (University of Edinburgh, Великобритания)

3. Fabien Durand, (Universite de Picardie Jules Verne, Франция)
4. Julien Cassaigne (CNRS, Франция)
5. Christopher Dodd (Perimeter Institute, Канада)
6. Claudio Procesi (University of Rome, Италия)
7. Michel Van den Bergh (University of Hasselt, Бельгия)

4.7. Предлагаемые методы и подходы, общий план работы на весь срок выполнения проекта и ожидаемые результаты (объемом не менее 2 стр.; в том числе указываются ожидаемые конкретные результаты по годам; общий план дается с разбивкой по годам)

на русском языке

1. Применение техники квантизации и антиквантизации в комбинаторных вопросах аффинной алгебраической геометрии и в теории D -модулей. При редукции по модулю бесконечно большого простого p на центре возникают скобки Пуассона $\{P, Q\} = [\hat{P}, \hat{Q}]/p$, где \hat{P} есть подъем в нулевую характеристику. В квантизационной теореме Концевича для пуассоновой структуры A на $A[[\hbar]]$ определяется структура $*$ при этом $x^*y \equiv xy \pmod{\hbar}$ и $(x^*y - y^*x)/\hbar \equiv \{x, y\} \pmod{\hbar}$. Отметим что бесконечно большое простое играет роль постоянной Планка \hbar .

Предполагается получить обобщение теоремы Бернштейна о минимальной размерности Гельфанда--Кириллова для D -модулей для тензорного произведения голономных модулей в 2017-2018 г.

2. Исследование Ind -групп - множеств автоморфизмов и эндоморфизмов ассоциативных алгебр. Техника, связанная с параметрическими кривыми и исследованием возникающих особенностей. Планируется изучить функции роста элементов таких индуктивных систем (размерности соответствующих алгебраических многообразий; описание этих функций позволит построить решение гипотезы Концевича об изоморфизме, а также гипотезы Диксмье об эндоморфизмах алгебры Вейля и проблемы якобиана).

Ориентировочные сроки 2018-- 2019 г.

3. Техника, связанная с автоматным критерием соответствия между формальным рядом Тейлора и алгебраической функцией; проблема суперпозиции алгебраических функций.

4. Исследование нормальных базисов алгебр и возникающих диофантовых свойств векторов степеней за счет матричных конструкций.

5. Исследование проблемы алгоритмической неразрешимости изоморфизма двух алгебраических многообразий с помощью техники, связанной с исследованием уравнений в алгебраических системах. Предполагается получить доказательство алгоритмической неразрешимости проблемы невложимости прямой в 2017--2018 г.

6. Техника канонической формы, разработанная И.Рипсом и восходящая к П.С. Новикову и С.И. Адяну.

При этом возникает некая предварительная версия теории малых сокращений в кольцах. Предполагается провести исследование тел, в частности монстра Тарского в 2017--2018 г.

7. Благодаря решению И.Рипсом и А.Юхасом проблемы построения не локально разрешимой

энгелевой группы возникла теория групп с неположительной кривизны с флатами -- коммутирующими фрагментами. Эта теория позволяет понять и кольцевой случай, ибо коммутирующие части ведут себя подобно сложению.

8. Работа с вектором привилегированных членов. Благодаря этой технике можно различить поведение $(x+\lambda_{iy})^n$ при разных λ_{i} и, в частности, понять как при $n_1 < n_2 < \dots$ и $\delta \lambda_{i}$ соотношения $(x+\lambda_{iy})^{n_i} = 0$ не влекут соотношений $(x+\lambda_{iy})^n = 0$ ни при каком n . Предполагается в 2017-2018 г. дать обобщение этого утверждения. Другая необходимая техника -- это техника расширения множества образующих и поворота.

9. Интерпретация буквы алфавита как состояния автомата, а элемента полугруппы -- как цепочку локально взаимодействующих автоматов, На этом пути была построена конечно определенной полугруппы с достаточно большой рекурсивной размерностью Гельфанда-Кириллова. Было бы интересно и важно получить конечно определенную полугруппу с малой размерностью Гельфанда-Кириллова, особенно интересен случай размерности равной 2.5. Предполагается осуществить такие конструкции в 2017-2018 году.

10. Использование аperiodических мозаик для построения конечно определенных объектов. А.Я. Беловым и И.А. Ивановым-Погодаевым решена проблема Шеврина--Сапира -- построена конечно определенная бесконечная ниль-полугруппа с тождеством $x^9 = 0$. Вопрос был поставлен в Свердловской тетради. В настоящее время есть мало эффективных методов построения конечно представленных объектов. При построении нильполугруппы разработан новый метод таких построений, использующий аperiodические мозаики. В частности, слова рассматриваются как пути на геометрическом равномерно-эллиптическом пространстве, обладающем аperiodической природой и набором специальных свойств. Проблема Шеврина--Сапира требует методов, связанных с геометрией аperiodических мозаик на равномерно-эллиптическом пространстве, которые и были разработаны.

11. Использование квантовых оттеночных машин и геометрических методов позволяет продвинуться в проблеме Латышева. Предполагается получить продвижения в 2018-2019 году.

Полугрупповые конструкции существенно проще кольцевой и групповой тематики, а зачастую предшествуют ей. Основная трудность в проблеме Шеврина-Сапира, которую удалось преодолеть, состоит в том, что вычислительный процесс, призванный определить периодический участок с (возможно) большим периодом, с неизбежностью может начинаться в любом месте. Но тогда возникает проблема наложения процессов, которую удалось решить путем перехода к высшей размерности. На плоскости можно представить бесконечный "лист" с системой прожилок, по которым идут вычислительные процессы. Когда две прожилки встречаются, известно какая главная, а какая - второстепенная и некоторая информация о соотношении рангов. Прожилки оказываются размеченными, а эта разметка облегчает организацию вычислительных процессов. В проблеме Латышева о ниль кольце возникают "квантовые взвеси состояний", и сами определяющие соотношения разбиваются на три группы: обеспечение того, чтобы слово кодировало последовательность плиток локально располагаемых на мозаике локально геодезическим образом, соотношения перекидывания (rewriting rules), позволяющие восстанавливать вокруг пути участок мозаики, и соотношения, задающие "квантовые" машины, работающие на векторах оттенков. Сама проблема Латышева предшествует групповым вопросам, а ей предшествует решение вопросов поставленных Л.Н. Шевриным: может ли в конечно определенной бесконечной ниль полугруппе выполняться тождество $x^2 = 0$, а с другой стороны, могут ли индексы нильпотентности элементов расти неограниченно? Кроме того, проблеме

Латышева предшествуют вопросы о контроле над нильпотентностью в кольцах, в частности, проблема Кете.

В наших подходах мы планируем использовать идеи П. Гача, Г.Л. Курдюмова и Л.А. Левина о поведении систем конечных автоматов на прямой. Представляется интересным и важным применить геометрические методы позволяющие переходить от одномерного к многомерному случаю для прояснения знаменитой теоремы П. Гача.

Предполагается применить геометрический метод для передоказательства результата Гатча в 2017-2018 году.

12. Техника схем Розы и теорем типа теоремы Вершика--Лившица. Благодаря ей удалось решить задачи о разрешимости почти периодичности (равномерной рекуррентности) сверхслов, отвечающих подстановочным (HDOLL) системам. Дальнейшим шагом является проблема изоморфизма языков и проблема равенства сверхслов., которую предполагается исследовать в 2017--2018 г.

Известно, что если все собственные числа, связанные с подстановкой есть числа Пизо, то соответствующее сверхслово задает динамику, связанную с конечным накрытием тора (см. например http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=rus&presentid=9416) (при этом не ясно, будет ли это накрытие само тором). С другой стороны, доказано, что многие фракталы Розы порождаются перекладыванием отрезков. Критерий того, что почти периодическое (равномерно рекуррентное) сверхслово получено перекладыванием отрезков в терминах графов Розы был получен А.Я.Беловым и А.Л.Чернятьевым. В этой связи актуальна задача доказательства подстановочности фактор-динамики при конечнолистном накрытии, связанной с перекладыванием отрезков в свете попыток решить гипотезу Пизо (если собственные числа матрицы связанной с подстановкой есть числа Пизо, то динамика получается из сдвига тора <http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2010/384/presentations/Akiyama.pdf>). Естественно стараться показать периодичность возникающих здесь схем Розы.

Предполагается провести исследования по гипотезе Пизо в 2018--2020 г.

13. Ф. Руховичем разработана компьютерная система для доказательства наличия индукции Розы, самоподобия и апериодических точек. Предполагается завершить исследование правильного 12-угольника в 2017 году, а в 2018 году доказать наличие апериодических точек в новых типах правильных многоугольников.

14. Применение вероятностного метода в теории сложности вычислений и при исследовании роботов в лабиринте. Техника обесмысливания поведения машины.

Предполагается опубликовать построение лабиринтов, требующих фиксированное число флажков в 2017-2018 г.

на английском языке

1. Geometric quantization and anti-quantization and its application to problems of combinatorial and affine algebraic geometry, as well as algebraic \mathbb{D} -module theory. Analysis of Poisson structures which naturally occur in the positive-characteristic setting (the archetypal example is the well-known observation of the supervisor and M. Kontsevich of 2007: $\{P, Q\} = [\hat{P}, \hat{Q}]/p$, where \hat{P} is the preimage of a differential symbol in characteristic zero). In the quantization theorem of Kontsevich the set of equivalence classes of Poisson structures, depending on a formal parameter \hbar (Planck's

constant), is naturally identified with the set of gauge equivalence classes of deformed associative products, which turn the commutative algebra into an algebra of differential symbols. In the positive-characteristic setting the Planck's constant corresponds to an infinitely large prime.

We plan to generalize the well-known theorem of Bernstein on the minimal GK-dimension of algebraic \mathbb{D} -modules to tensor product of holonomic modules in 2017-2018.

2. The automorphism groups of associative algebras with polynomial identities, such as algebras of polynomial differential symbols (Weyl algebras), admit a natural Ind -group structure. The required technique pertains to the investigation of parametric families of curves in the algebraic sets of automorphisms and their singularities. We plan also to investigate the growth functions for these algebraic varieties, such as their dimension; sufficient progress in this problem will enable the resolution of the Kontsevich's problem on isomorphism, as well as the celebrated Dixmier conjecture and the Jacobian conjecture. (2018-2019)
3. Technique related to the automata criterion for correspondence between formal Taylor series and algebraic functions; superposition problem.
4. Study of normal bases of algebras and associated diophantine properties of degree vectors via matrix constructions.
5. Research on algorithmic undecidability of isomorphism problem for two algebraic varieties by studying systems of equations over generic algebraic structures. Proof of algorithmic undecidability of the affine line embedding problem. (2017--2018)
6. The canonical form method, as developed by Rips and Novikov -- Adian, admits a preliminary version of the ring analogue of small cancellation theory. We plan to study in 2017--2018 the objects occurring in this setting, in particular the Tarski monster.
7. Thanks to the resolution by Rips and Juhasz of the problem of construction of an Engel group of index n which is not locally soluble, a theory of groups of non-positive curvature with flats - i.e. commuting fragments - has emerged. That theory allows to tackle the ring case, as the flats exhibit additive-like behavior.
8. Further development of the privileged term vector technique. This method allows one to analyze the behavior of expressions such as $(x+\lambda_i y)^n$ for different λ_i and, in particular, understand why the identities $(x+\lambda_i y)^n=0$ for all n do not follow from identities $(x+\lambda_i y)^{n_i}=0$ for $n_1 < n_2 < \dots$ and $\delta_i \neq \lambda_i$. We are planning to greatly generalize these statements during the course of the first two years of our work. Another method that will be involved in this context is the technique of the augmentation of the set of generators and the rotation method.
9. Letter in an alphabet -- state in a finite-state machine correspondence, as well as semigroup element - chain of locally interacting automata correspondence. In this direction, an example of finitely presented semigroup with large enough recursive Gelfand -- Kirillov dimension has been constructed. It is a task of substantial relevance to construct a finitely presented semigroup with small GK dimension; of especial interest is the case of dimension 2.5 .
10. The use of aperiodic tilings for construction of finitely presented objects. A.Ya. Belov and I.A. Ivanov-Pogodaev have solved the Shevrin--Sapir problem of construction of finitely presented infinite nil

semigroup with identity $x^9=0$. The problem was posed in the Sverdlovsk Notebook. At this time there are few efficient methods of construction of finitely presented objects. In the case of the nil semigroup a new method of such constructions, which utilizes aperiodic tilings, has been devised. In this context, words are viewed as paths on a geometric uniformly elliptic space of aperiodic nature that possesses a number of specific properties. The resolution of the Shevrin--Sapir problem required the development of methods involving the geometric structure of aperiodic tilings, which have been so developed.

11. The implementation of quantum color state machines and geometric methods enables advancement in the Latyshev problem. Significant progress on this direction is planned to be made by 2019-2020.

Semigroup constructs are substantially less difficult than those involving rings or groups, and in fact often precede those. The principal difficulty in the Shevrin -- Sapir problem, which has been overcome, lies in the fact that the computational process tasked with determining a periodic region with (possibly) large period, may start at any arbitrary place. This prompts one to deal with the problem of process overlapping; this issue has been resolved by passing on to a higher-dimensional setting. In a plane one can consider an infinite "sheet" with a collection of streaks, which support the computational processes. Whenever two such streaks cross paths, which one of the two is principal and which one is secondary may be discerned, as well as some data regarding the ranks may be extracted. Thus the streaks admit a sort of marking, which simplifies the organization of the computational processes. In the context of Latyshev's problem on the nil ring there occur the so-called quantum suspension states, while the defining identities are partitioned into three classes: one class is put in place in order to make sure that the word encodes the sequence of tiles, locally placed on the tiling, in a locally geodesic manner; the second class handles the rewriting rules which enable reconstruction a region of the tiling along a given path; and finally, the class of identities defining quantum state machines, which act on the vector space of colors. The context of Latyshev's problem precedes that of group theory, and the problem itself is preceded by the resolution of the following question posed by L.N. Shevrin: can a finitely presented infinite nil semigroup admit the identity $x^2=0$, while having the indices of nilpotence of elements grow unbounded? The latter subject is generally related to the problem of controlling the nilpotence in rings, a particular case of which is the Koethe conjecture.

In our studies of combinatorics of words we plan to apply the ideas of P. Gacs, G.L. Kurdyumov, and L.A. Levin concerning the problem of behavior of finite automata on a line. It is a problem of considerable interest and importance to apply the geometric methods, which allow extension of the one-dimensional case to the multidimensional one, in order to gain insight into Gacs's celebrated Positive Rates Conjecture. We plan on producing an alternative proof of the Positive Rates Conjecture using the said geometric methods in 2017 and 2018.

12. Rauzy scheme methods and theorems of Vershik -- Livshitz type. This technique has paved the way for the solution to the problem of decidability of almost periodic superwords corresponding to substitution HDOLL-systems. Further progress concerns the problem of language isomorphism and superword equality, which is planned to be covered in 2017-2018.

It is known that if all eigenvalues related to a substitution are Pisot numbers, then the corresponding superword defines the dynamics closely related to finite covering of the torus (cf. http://www.mathnet.ru/php/presentation.phtml?option_lang=rus&presentid=9416; it is, however, unclear whether the covering is itself a torus). On the other hand, it has been demonstrated that many Rauzy fractals are generated by the interval exchange transform. The criterion for an almost periodic superword to be obtained by the interval exchange in terms of the Rauzy graphs was obtained by A.Ya. Belov (the supervisor) and A.L. Chernyatiev. In relation to this relevant is the problem of study of quotient dynamics for a finite-sheet covering, which is connected to the interval exchange transform as well as the Pisot

conjecture (if the eigenvalues of the matrix corresponding to the substitution are given by Pisot numbers, then the dynamical system is given by the shift of a torus, cf.

<http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2010/384/presentations/Akiyama.pdf>). It is a natural desire to try and prove periodicity of Rauzy schemes occurring in this discourse.

The Pisot conjecture is to be subject to a thorough inquiry during the period of 2018-2020.

13. F. Rukhovich has created a computer program which can search for Rauzy induction, self-similarity, and aperiodic points. The inquiry into the outer billiard on the regular polygon of 12 vertices is planned to be finalized in 2017; in 2018 the existence of aperiodic points in outer billiards of several other types is planned to be tested.

14. The application of probabilistic methods to problems of complexity theory and to the research on robots in labyrinths.

Construction of examples of labyrinths requiring a fixed number of flags is planned to be conducted in 2017-2018.

4.8. Имеющийся у научного коллектива научный задел по проекту (указываются полученные ранее результаты, разработанные программы и методы)

4.8. Имеющийся у научного коллектива научный задел по проекту (указываются полученные ранее результаты, разработанные программы и методы)

1. Руководитель проекта совместно с М.Л. Концевичем (и независимо от них Цучимото) разработал подход к теории $\mathbb{S}\mathbb{D}$ -модулей, гипотезе Якобиана и смежным вопросам (например, относящихся к универсальным обертывающим алгебрам конечномерных алгебр Ли), связанный с редукцией по модулю бесконечно большо простого числа и изучению скобок Пуассона на центрах получившихся образований. Благодаря квантизационному подходу удается решить ряд задач в теории колец или получить альтернативные доказательства. Накопилось достаточное количества примеров связанных с использованием квантизации.

2. Бесконечномерный аналог групп Ли, в отличии от конечномерного случая, могут быть особыми многообразиями в каждой точке. Непосредственный подход, связанный с аппроксимацией (например ручными преобразованиями) в проблемах аффинной алгебраической геометрии обычно не работает, в частности он не работает в проблеме Якобиана. Например, у двух "изоморфных" бесконечномерных групп могут оказаться неизоморфные алгебры Ли, по крайней мере при наивном их определении. Например у группы автоморфизмов плоскости сохраняющих площадь и у группы автоморфизмов алгебры Вейля \mathbb{W}_1 . Руководитель проекта разработал метод, позволяющий в некоторых случаях контролировать эти явления.

3. Построена теория мономиальных алгебр, к которым сводится ряд задач комбинаторной теории колец ("Мономиальные алгебры" А. Я. Белов, В. В. Борисенко, В. Н. Латышев, Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 26 (2002), 35–214 <http://www.mathnet.ru/rus/into21>),). Техника замыкания по Зарисскому для многообразий мономиальных алгебр существенно облегчила дальнейшее исследование проблем Шпехтового типа, исследование базисов алгебр. Построенная теория радикала для мономиальных алгебр (а также описание слабо нетеровых мономиальных алгебр) осуществляется в терминах равномерно рекуррентных слов и символической динамики. Были описаны все мономиальные алгебры, представимые матрицами над нетеровым коммутативным кольцом в терминах систем экспоненциально-диофантовых

уравнений.

4. Было проведено исследование базисов ассоциативных алгебр (см. монографии Alexei Kanel-Belov, Yakov Karasik, Louis Halle Rowen, Computational Aspects of Polynomial Identities: Volume I, Kemer's Theorems, 2nd Edition, Monographs and Research Notes in Mathematics., Boca Raton, FL: CRC Press, 2016, ISBN: 978-1-4987-2008-3, 418 pp. а также <http://mi.mathnet.ru/rus/fpm16>, <http://mi.mathnet.ru/rus/fpm1072>).

6. Доказана руководителем проекта локальная конечная базлируемость и локальная представимость многообразий алгебр (проблема Шпехта). Показано, что любая система тождеств от ограниченного числа переменных следует из конечной подсистемы. В то же время построена бесконечно базлируемая система тождеств. Доказательство использует соображения связанные с некоммутативной алгебраической геометрией и привело к пониманию концепции Грассмановой алгебры над полем произвольной характеристики, включая характеристику 2. Это дает надежду на возможность построения супертеории в этом случае.

7. Руководитель проекта разработал технику доказательства конечной базлируемости многообразий алгебр связанную с применением леммы Артина--Рисса и связанных с ней соображений. Руководитель проекта совместно с И. Рипсом и Ц. Селой разработал способ (основанный на рассмотрении вектора привилегированных членов), позволяющий увидеть, например, как соотношения $(x + \lambda_n y)^{100^n}$ не влекут нильпотентность $x + \delta y$ при $\delta \notin \{\lambda_i\}$. Это может дать ключ к решению проблемы Кете. При этом работает своего рода некоммутативное обобщение леммы Артина--Рисса, связанное со сравнением идеалов на привилегированных членах и привилегированных членов идеала.

8. Согласно теореме Ширшова о высоте, конечно-порожденная алгебра с тождеством приводится к кусочно-периодическому виду, т.е. является линейной оболочкой множества элементов вида $y_{i_1}^{k_1} \cdots y_{i_s}^{k_s}$ где y_{i_j} принадлежат конечному множеству Y , именуемому базисом Ширшова, и $s < N(A, Y)$ -- высоты алгебры A . Было проведено исследование множеств Y (показано, что в качестве Y можно взять множество слов степени не выше n , где n -- максимальный размер матриц, все тождества которых выполняются в A , получены оценки на N (вплоть до субэкспоненциальной, полиномиальная оценка, по всей видимости, связана с работой на графах Розы и теоремами рамсеевского типа). Исследование векторов степеней для алгебр, представимых матрицами, приводит к изучению систем экспоненциально-диофантовых уравнений. В этой связи А.А. Чиликовым, и А.Я. Беловым было показано, что p -ичное разложение решений системы экспоненциально-диофантовых уравнений с основаниями экспонент лежащим в поле положительной характеристики, описываются регулярным языком. Аналогичным образом, последовательность элементов $\{a_i\}$ конечного поля GF является формальным рядом Тейлора для алгебраической функции тогда и только тогда, когда существует конечный автомат, читающий p -ичное разложение числа n и вычисляющий a_n ($p = \text{Char}(F)$) (классическая теорема). Доказательство этого утверждения перекликается с доказательством гипотез Вейля.

9. Интерпретируя букву алфавита как состояние автомата, а элемент полугруппы -- как цепочку локально взаимодействующих автоматов, А.Я. Беловым и И.А. Ивановым-Погодаевым была построена конечно определенной полугруппы с достаточно большой рекурсивной размерностью Гельфанда-Кириллова. Было бы интересно и важно получить конечно определенную полугруппу с размерностью Гельфанда-Кириллова равной 2.5. Тем же методом И.А. Ивановым-Погодаевым было показано, что проверка

того, является ли данный элемент делителем нуля в кольце с конечным базисом Гребнера

идеала соотношений алгоритмически неразрешима (что дает ответ на вопрос В.Н. Латышева). Отметим, что для мономиальных алгебр эта проблема разрешима. (см. диссертацию И.А. Иванова-Погодаева, предшествующую решению проблемы Шеврина--Сапира). Отметим, что начало деятельности с И.А. Ивановым-Погодаевым было связано с задачей А. Тоома (связанной с обработкой изображений) о плоской эволюции паттернов, возникшей благодаря *positive rates conjecture*.

10. А.Я.Беловым и И.А.Ивановым-Погодаевым решена проблема Шеврина-Сапира -- построена конечно определенная бесконечная ниль-полугруппа с тождеством $x^9=0$. Вопрос был поставлен в Свердловской тетради. В настоящее время есть мало эффективных методов построения конечно представленных объектов. При построении нильполугруппы разработан новый метод таких построений, использующий аperiodические мозаики. В частности, слова рассматриваются как пути на геометрическом равномерно-эллиптическом пространстве, обладающем аperiodической природой и набором специальных свойств. Проблема Шеврина-Сапира требует методов, связанных с геометрией аperiodических мозаик на равномерно-эллиптическом пространстве, которые и были разработаны.

11. Комбинаторика слов и схемы Розы, теоремы типа теоремы Вершика--Лившица. Вместе с учеником А.Л. Чернятьевым получен критерий того, что символическая динамика порождается перекладыванием отрезков, тем самым был дан ответ на вопрос, поставленный Г. Розы в 1979 г.. (Чуть позже для почти периодических слов удовлетворяющих *i.d.o.c.-condition* S. Ferencí и L.Zamboni независимо получили аналогичный результат.) Вместе с учеником И.В. Митрофановым получена теорема типа теоремы Вершика -- Лившица дающую критерий того, что почти периодическое сверхслово задается HDOLL-системой (первое продвижение по этой проблеме было в 1986 году). Это позволило И.В.Митрофанову решить известные проблемы, поставленные А. А. Мучником, Ю.Л. Притыкиным и А.Л. Семеновым: установить алгоритмическую разрешимость проверки периодичности а также почти периодичности HDOLL-системы. Аналогичный результат был независимо получен F. Durand'ом. Показано, что если старший коэффициент многочлена $P(x)$ иррационален, а W есть слово, составленное из первых двоичных цифр дробной части $\{P(n)\}$, то количество подслов длины n слова W при достаточно больших n является в точности полиномом от n . Предполагается применить технику схем Розы и теорем типа Вершика--Лившица для гипотезы Пизо и для изучения конкретных точек во фракталах Розы и для дальнейшего исследования HDOLL-систем, в частности проблем совпадения сверхслов и совпадения языков. Ф. Руховичем разработана компьютерная система для доказательства наличия индукции Розы, самоподобия и аperiodических точек и доказано существование аperiodических точек во внешнем биллиарде вокруг правильного двенадцатиугольника.

12. Совместно с И.А. Рипсом была начата разработка теории канонических форм для колец а также концепции гиперболического кольца (пока весьма предварительная). Было построено бесконечномерное тело, конечно порожденное как кольцо. Была понята проблема Кете.

4.9. Перечень оборудования, материалов, информационных и других ресурсов, имеющихся у научного коллектива для выполнения проекта (в том числе – описывается необходимость их использования для реализации проекта)

Не имеется

4.10. План работы на первый год выполнения проекта (в том числе указываются запланированные командировки по проекту)

на русском языке

1. Предполагается работать над вопросами связанными с Ind -схемами и D -модулями. Исследовать функции роста и размерности алгебраических многообразий автоморфизмов, эквивалентности категорий модулей над алгебрами дифференциальных операторов и гипотезы Концевича о соответствии.
2. Предполагается доказать алгоритмическую неразрешимость проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие.
3. Планируется провести исследование по проблеме суперпозиции алгебраических функций а также рядов Тейлора алгебраических функций. В центре внимания - взаимоотношение автоматного языка с группами Галуа.
4. В свете вопроса Латышева о ниль-кольце предполагается работать над построением элемента, аннулирующего идеал порожденный степенями элементов в конечно определенном кольце. Для подготовки атаки на проблему Латышева предполагается работать над вопросами Шеврина, исследовать ниль-полугруппы.
5. Предполагается исследовать конечно порожденные (как алгебры) тела.

А. Чиликов планирует заняться проблемой суперпозиции алгебраических функций. Д. Карпушкин планирует заняться алгоритмической неразрешимости проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие.

Ф. Рухович планирует заняться исследованием правильного 12-угольника, совершенствуя компьютерную систему доказательства фрактальности. Д. Гусев планирует заняться изучением роботов в случайных лабиринтах и через это строить контрпримеры, например строить лабиринт требующий для обхода фиксированное число камней. Е. Кондакова планирует заняться роботами в лабиринтах, снабженных датчиками случайных чисел.

Предполагаются командировки А. Елишева в Париж и в Израиль для исследования D -модулей, командировки в Париж и Люмини для взаимодействия со специалистами по комбинаторики слов, командировка в США для общения со специалистами по мозаикам, в частности, с Гудманом-Штрауссом. Предполагаются командировки в Париж для общения с А. Эршлер и в Израиль для общения с И. Рипсом, Ц. Селой, А. Юхасом. Планируются командировки в Эдинбург (Великобритания) для взаимодействия с А. Смоктунович и Т. Ленаганом.

на английском языке

1. Research on Ind -schemes of automorphisms and algebraic D -modules. Investigation of growth functions, Morita (auto)equivalences of algebras of differential operators, and correspondence (Kontsevich) conjectures.
2. Proof of algorithmic undecidability of the affine line embedding problem.
3. Inquiry into the superposition problem for algebraic functions and their Taylor series. Automata approach; correspondence between automata properties and Galois groups.
4. In light of Latyshev's question on nil rings, we plan to work on construction of an example of an element which annihilates the ideal generated by the powers of elements in a finitely presented ring. Investigation

of Shevrin's problem on nil semigroups in connection to the attack on Latyshev's problem.

5. Study of skew fields which are finitely generated algebras.

A. Chilikov plans to study the superposition problem. D. Karpushkin plans to study algorithmic the affine line embedding undecidability problem.

F. Rukhovich plans to work on the properties of the outer billiard dynamical system generated by a regular dodecagon and on improvement to his algorithm of fractal recognition. D. Gusev will be studying robots in random labyrinths and constructing counterexamples to various questions related to the main line, such as an example of a labyrinth whose traversal requires a fixed number of points. E. Kondakova will be researching robots in labyrinths endowed with random number generators. D. Karpushkin plans to study the algorithmic undecidability problem of embedding of the affine line in an algebraic variety.

The Supervisor and A. Elishev are planning to undertake trips to France and to Israel in connection with their research on SD -modules and IND -schemes and to report on their progress on multiple international conferences. The Supervisor and team members will be required to attend conferences and talks in Paris and in Lumini, France (combinatorics of words), in the USA (aperiodic tiles; in particular, joint work with Ch. Goodman-Strauss). There is planned collaboration with A. Ersler (Paris, France) and with E. Rips, Z. Sela, and A. Juhasz (Israel). Also planned is a trip to the University of Edinburgh (Scotland, UK) and communication with A. Smoktunowicz and T. Lenagan.

4.11. Планируемое на первый год содержание работы каждого основного исполнителя проекта (включая руководителя проекта)

И.А. Иванов-Погодаев планирует работать над вопросами Шеврина, и вместе с А.Я. Беловым (привлекая, если получится, А. Смоктунович) над проблемой Латышева о конечно определенном ниль-кольце.

А. Елишев совместно с А.Я.Беловым планирует заниматься комбинаторикой SD -модулей, IND -схемами и их физическим приложениям.

А.Я. Белов предполагает работать над текстом доказательства проблемы Кете.

4.12. Ожидаемые в конце первого года конкретные научные результаты (форма изложения должна дать возможность провести экспертизу результатов и оценить степень выполнения заявленного в проекте плана работы).

на русском языке

1. Доказательство алгоритмической неразрешимости проблемы вложения аффинной прямой в алгебраическое многообразие.

2. Планируется провести исследование по проблеме суперпозиции алгебраических функций, а также рядов Тейлора алгебраических функций.

3. Предполагается получить топологические обобщения теоремы Гудмана-Штраусса.

4. Предполагается решить вопросы Л.Н.Шеврина -- построить конечно определенную

бесконечную ниль-полугруппу неограниченного индекса а также конечно определенную бесконечную ниль-полугруппу с тождеством $x^2=0$.

5. Предполагается получить следующий результат. Пусть $g, \{f_i\}_{i=1}^{\infty}$ -- попарно непропорциональные однородные формы степени k , $n_1 < n_2 < \dots$ -- достаточно быстро возрастающая последовательность. Тогда из набора соотношений $f_i^{n_i} = 0$ не следует нильпотентность g , т.е. соотношение $g^k = 0$ ни для какого k .

6. Предполагается создать текст доказательства проблемы Кете.

7. Предполагается усовершенствовать систему компьютерного доказательства существования апериодических точек и осуществлении схемы Рози.

на английском языке

1. Proof of algorithmic undecidability of the affine line embedding problem.

2. Inquiry into the superposition problem for algebraic functions and their Taylor series.

3. Topological generalization of the Goodman-Strauss theorem.

4. Resolution of the question of Shevrin -- construction of an example of infinite finitely presented nil semigroup of unbounded index, as well as an example of infinite finitely presented nil semigroup with identity $x^2=0$.

5. We plan to prove the following result. Let $g, \{f_i\}_{i=1}^{\infty}$ be homogeneous forms of degree k such that no two forms are proportional to each other; let $n_1 < n_2 < \dots$ be a rapidly enough increasing sequence of positive numbers. Then the set of identities $f_i^{n_i} = 0$ does not imply the nilpotence of g (the existence of k such that $g^k = 0$).

6. Resolution of the Koethe conjecture.

7. Improvement in computer-based proof of existence of aperiodic points and the implementation of the Rauzy scheme.

4.13. Перечень планируемых к приобретению за счет гранта оборудования, материалов, информационных и других ресурсов для выполнения проекта (в том числе – описывается необходимость их использования для реализации проекта)

Не имеется

4.14. Файл с дополнительной информацией 1

С графиками, фотографиями, рисунками и иной информацией о содержании проекта. В формате pdf, до 3 Мб. Текст в файлах с дополнительной информацией должен приводиться на русском языке. Перевод на английский язык требуется в том случае, если заявитель оценивает данную информацию существенной для эксперта.

4.15. Файл с дополнительной информацией 2 (если информации, приведенной в файле 1 окажется недостаточно)

С графиками, фотографиями, рисунками и иной информацией о содержании проекта. В формате pdf, до 3 Мб.

Подпись руководителя проекта _____ /А.Я. Белов/

Форма 5. Запрашиваемое финансирование на 2017 год

5.1. Планируемые расходы по проекту

№ п.п.	Направления расходования гранта	Сумма расходов (тыс.руб.)
	ВСЕГО	6000
	Вознаграждение членов научного коллектива (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды, без лиц категории «вспомогательный персонал»)	5000
	Вознаграждение лиц категории «вспомогательный персонал» (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)	200
1	Итого вознаграждение (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)	5200
2	Оплата услуг сторонних организаций на выполнение научного проекта (не более 15 процентов от суммы гранта)	0
3	Расходы на приобретение оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования (включая монтаж, пуско-наладку, обучение сотрудников и ремонт)	0
4	Расходы на приобретение материалов и комплектующих для проведения научного исследования	0
5	Иные расходы для целей выполнения проекта	200
6	Накладные расходы организации (не более 10 процентов от суммы гранта)	600

5.2. Расшифровка планируемых расходов

№ п.п.

Направления расходования средств гранта, расшифровка

- 1 Итого вознаграждение (с учетом страховых взносов во внебюджетные фонды)
(указывается сумма вознаграждения (включая руководителя, основных исполнителей и иных исполнителей, привлекаемых к выполнению работ по проекту), включая установленные законодательством Российской Федерации гарантии, отчисления по страховым взносам на обязательное пенсионное страхование, на обязательное медицинское страхование, на обязательное социальное страхование на случай временной нетрудоспособности и в связи с материнством, на обязательное социальное страхование от несчастных случаев на производстве и профессиональных заболеваний)

5200 тыс руб
- 2 Оплата услуг сторонних организаций на выполнение научного проекта
(приводится перечень планируемых договоров (счетов) со сторонними организациями с указанием предмета и суммы каждого договора)

Не имеется
- 3 Расходы на приобретение оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования (включая монтаж, пуско-наладку, обучение сотрудников и ремонт)
(представляется перечень планируемых к закупке оборудования и иного имущества, необходимых для проведения научного исследования)

Нет
- 4 Расходы на приобретение материалов и комплектующих для проведения научного исследования
(представляется расшифровка запланированных материалов и комплектующих)

Нет
- 5 Иные расходы для целей выполнения проекта

(приводятся иные затраты на цели выполнения проекта, в том числе на командировки, оплату услуг связи, транспортных услуг, расходы не расшифровываются)

200 тыс руб.

Подпись руководителя проекта _____ /А.Я.Белов/

Подпись руководителя организации (уполномоченного представителя, действующего на основании доверенности), **печать организации.**

В случае подписания форм заявки уполномоченным представителем организации к печатному экземпляру заявки прилагается доверенность (копия доверенности, заверенная печатью организации).

_____/_____/

М.П.