

О СТАБИЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Подорога А.В.¹, Тихонов И.В.²

1) МГУ имени М.В. Ломоносова, ВМК, кафедра математической физики
e-mail: anastasiapodoroga@gmail.com

2) МГУ имени М.В. Ломоносова, ВМК, кафедра математической физики
e-mail: ivtikh@mail.ru

При изучении транспортных потоков в рамках макроскопического подхода [1] обычно рассматривают квазилинейное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial Q(\rho)}{\partial x} = 0, \quad x \in \mathbf{R}, \quad t \geq 0,$$

для неизвестной функции плотности потока $\rho = \rho(x, t)$. При этом фундаментальную диаграмму $Q(\rho)$ считают непрерывной и выпуклой вверх на отрезке $[0, \rho_{\max}]$, предполагая также, что $Q(0) = Q(\rho_{\max}) = 0$. Важный подкласс составляют кусочно линейные диаграммы вида

$$Q(\rho) = k_j \rho + b_j, \quad \rho_{j-1} \leq \rho \leq \rho_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

с границами $0 = \rho_0 < \rho_1 < \dots < \rho_n = \rho_{\max}$. Зафиксировав подобную фундаментальную диаграмму, рассматриваем задачу Коши с L -периодическим, кусочно непрерывным начальным условием

$$\rho(x, 0) = \varphi(x), \quad 0 \leq \varphi(x) \leq \rho_{\max}, \quad x \in \mathbf{R},$$

и интегралом

$$M \equiv \int_0^L \varphi(x) dx > 0.$$

Тогда существует момент времени $t_0 > 0$, зависящий лишь от величины $L > 0$ и параметров диаграммы $Q(\rho)$, начиная с которого решение поставленной задачи Коши принимает вид бегущей волны

$$\rho(x, t) = f(x - k_j t), \quad x \in \mathbf{R}, \quad t \geq t_0,$$

где значение j выбирается из условия $\rho_{j-1} L \leq M \leq \rho_j L$.

В докладе подробно обсуждается указанный принцип стабилизации решений и его различные проявления при компьютерном моделировании процессов дорожного движения. Один частный случай подобных эффектов для двухфазной диаграммы Нагеля-Шрекенберга отмечался в [2].

Литература

1. Гасников А. В. и др. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: Учебное пособие / Под ред. А. В. Гасникова. Издание 2-е, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2013. – 427 с.
2. Подорога А. В., Тихонов И. В. О предельных состояниях замкнутых транспортных потоков на кольцевой автодороге // Дифференциальные уравнения и процессы управления (2016). № 2. Материалы конференций. С. 271–279.