

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

Швейкиной Ольги Александровны

"Асимптотические формулы и теоремы равносходимости для
одного класса дифференциальных операторов",

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения,

динамические системы и оптимальное управление

Диссертация посвящена актуальным проблемам спектрального анализа заданного на отрезке оператора Штурма-Лиувилля – получению асимптотических формул для собственных значений и собственных функций, а также изучению равносходимости отвечающих ему биортогональных разложений с разложением в тригонометрический ряд. Исследование распределения собственных значений дифференциального оператора второго порядка впервые было начато в первой половине 19 века Лиувиллем и Штурмом. Для обыкновенного дифференциального оператора произвольного порядка с регулярными краевыми условиями указанные вопросы были изучены Г. Биркгофом и Я.Д. Тамаркиным. В дальнейшем все аспекты спектральной теории оператора Штурма-Лиувилля с различными типами краевых условий и потенциалом $q(x) \in L_{1,loc}$ исследовались многими учеными. Значительно менее изученным является случай сингулярного потенциала, интерес к которому возрос в последнее время. Этот случай исследовался в работах В.А. Винокурова, В.А. Садовниченко, Б. Митягина, П. Джакова, А.М. Савчука, А.А. Шкаликова, И.В. Садовничей и других математиков. В частности, работах А.М. Савчука и А.А. Шкаликова было показано, что оператор Штурма-Лиувилля может быть корректно определен для потенциалов из класса W_2^{-1} , т.е. из пространства Соболева с негативной нормой. Автор диссертации исходит из предложенного ими определения оператора Штурма-Лиувилля с сингулярным потенциалом из упомянутого выше класса. Функция $q(x)$ может быть комплекснозначной, стало быть, рассматриваемые задачи являются несамо-сопряженными.

Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на параграфы, и списка литературы. Во введении обосновывается актуальность темы, дает-

ся краткий обзор предшествующих работ и излагается основное содержание диссертации, в которой изучается заданный на отрезке $[0, \pi]$ оператор

$$ly = -y'' - q(x)y, \quad (\star)$$

где $q(x) = u'(x)$, $u(x) \in L_2$ (последнее равенство понимается в смысле теории распределений), со следующими краевыми условиями:

$$y(0) = y(\pi) = 0, \quad (1)$$

$$y'(0) = y'(\pi) = 0, \quad (2)$$

$$y(0) = y'(\pi) = 0, \quad (3)$$

$$y'(0) = y(\pi) = 0. \quad (4)$$

В первой главе для собственных значений λ_n оператора $(\star)$ с каждым из указанных типов краевых условий установлены асимптотические формулы

$$\sqrt{\lambda_n} = n + v_i(n) + \rho_n,$$

$n = 1, 2, \dots$, $i = 1, 2, 3, 4$, причем второй член асимптотики $v_i(n)$ явно вычислен, а для остаточного члена ρ_n получены точные оценки.

Во второй главе установлены асимптотические формулы для собственных функций $y_n(x)$ рассматриваемых краевых задач и собственных функций $v_n(x)$ биортогонально сопряженной системы. Как и для собственных значений, второй член асимптотики явно вычислен, а для остаточного члена получены точные оценки. Для исследования асимптотики собственных значений и собственных функций используется переход к полярным координатам (метод Прюфера).

В третьей главе указанные формулы применяются для доказательства равномерной на всем отрезке $[0, \pi]$ равносходимости разложений произвольной функции $f(x) \in L_2(0, \pi)$ по системе корневых функций оператора $(\star), (i)$, $i = 1, 2, 3, 4$, и по системе собственных функций невозмущенного оператора, т.е. оператора $(\star), (i)$ с потенциалом $q(x) \equiv 0$. Приведена также оценка скорости равносходимости.

В работе нет сколько-нибудь значительных недостатков, однако, можно сделать следующие замечания. В автореферате на с. 5 вместо "применяются методы комплексного анализа" следует написать "применяются асимптотические методы". В диссертации на с. 41 допущена неаккуратность, сказано,

что коэффициенты Фурье функции из класса L_1 убывают, в то время как они стремятся к нулю. На с. 67 в интеграле в левой части формулы (94) пропущены дифференциалы $dsdt$.

Все результаты диссертации являются новыми и строго математически доказаны. Отмеченные недочеты носят чисто редакционный характер и не влияют на положительную оценку работы. Основные результаты опубликованы в журналах из списка ВАК. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Результаты диссертации О.А. Швейкиной могут найти применение в исследованиях, проводимых в Московском, Белгородском, Воронежском госуниверситетах, в Московском государственном университете приборостроения и информатики, институте прикладной математики и автоматики Кабардино-Балкарского научного центра РАН и других научных и учебных учреждениях.

На основании изложенного считаю, что диссертация О.А. Швейкиной "Асимптотические формулы и теоремы равносходимости для одного класса дифференциальных операторов" удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, безусловно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Доктор физико-математических наук  А.С. Макин
профессор кафедры высшей математики
факультета общей подготовки

Московского государственного университета
приборостроения и информатики

Адрес: 107996, г. Москва, ул. Стромынка, д. 20.

Тел.: +7(499)268-0001. Факс: +7(495)964-9190.

E-mail: alexmakin@yandex.ru

23.01.2015

Подпись А.С. Макина заверяю
Ученый секретарь Ученого Совета МГУПИ



С.О. Мелкова

