

ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ИЗ ТЕОРИИ ТРАНСПОРТНЫХ ПОТОКОВ

Подорога А.В.¹, Тихонов И.В.²

1) ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, email: anastasiapodoroga@gmail.com

2) ВМК МГУ имени М.В.Ломоносова, Москва, email: ivtikh@mail.ru

В задачах дорожного движения при описании транспортных потоков используются характеристики $v = v(x, t)$ (скорость потока) и $\rho = \rho(x, t)$ (плотность потока). Эти величины связаны соответствующими уравнениями в частных производных, схожими с уравнениями гидродинамики (см. [1], [2]). Специфику дорожного движения выражает особое соотношение:

$$v(x, t) = V(\rho(x, t)) \quad (1)$$

с монотонно убывающей функцией $V = V(\rho)$. При заданной зависимости (1) ставятся типичные *прямые задачи* для уравнений в частных производных, когда требуется найти значения $v(x, t)$, $\rho(x, t)$ по заданным начальным и краевым условиям. На практике зависимость (1) часто неизвестна и возникает *обратная задача* восстановления функции $V(\rho)$ по тем или иным дополнительным соображениям.

Нами предложен оригинальный способ восстановления закона (1) с помощью имитационного компьютерного моделирования. Была разработана программа “Cars”, имитирующая однополосное движение больших групп автомобилей в различных дорожных ситуациях. Поведение каждого конкретного автомобиля определяется поведением впереди идущего транспортного средства на основе уравнений кинематики и эмпирических соображений. Основным управляющим параметром является ускорение индивидуального автомобиля. Все характеристики транспортных средств подбираются близкими к реальным значениям. С помощью программы “Cars” проведен ряд компьютерных экспериментов. Особенно удобным для моделирования оказался случай кольцевой автодороги, где численные результаты получили полное согласование с теоретическими положениями [2]. Кроме того, выяснилось, что при определенной настройке параметров программы с большой точностью реализуется закон

$$V(\rho) = \frac{c_1}{\rho} + c_2 \quad (2)$$

с некоторыми конкретными значениями $c_1 > 0$, $c_2 < 0$. Этот закон «обратной зависимости» известен в теории транспортных потоков наряду с другими законами: Гринберга и Гриншилдса. Тем самым, установлено, что закон (2) может быть естественно смоделирован компьютерными средствами. Теперь возникает интересная задача – дать точное математическое описание для наблюдаемого перехода от дискретной компьютерной модели к континуальной модели механики сплошной среды.

Литература

1. Гасников А.В. и др. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: Учебное пособие // Под ред. А.В. Гасникова. Издание 2-е, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2013. – 427 с.
2. Смирнов Н.Н., Киселев А.Б., Никитин В.Ф., Юмашев М.В. Математическое моделирование автотранспортных потоков. – М.: Мех-мат МГУ, 1999. – 31 с.